

ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE

“A. MONACO” DI COSENZA

**GENERATORE D'ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE
OPERAZIONALE (OSCILLATORE A RILASSAMENTO)
CRITERI DI PROGETTO E LIMITI DI DIMENSIONABILITÀ
VERIFICHE SPERIMENTALI**

A CURA DEL PROF.

GIANCARLO FIONDA

INDICE

CIRCUITO BASE.....	Pag. 4
VARIAZIONE DELLA FREQUENZA.....	Pag. 6
– Ampio intervallo di variazione della frequenza.....	Pag. 7
– Piccolo intervallo di variazione della frequenza.....	Pag. 8
– Ampio intervallo di variazione, con regolazione fine, della frequenza.....	Pag. 9
VARIAZIONE DEL DUTY-CYCLE.....	Pag. 12
DIMENSIONABILITÀ DEI CIRCUITI PER LA VARIAZIONE DEL DUTY-CYCLE.....	Pag. 13
– Duty-cycle diverso dal 50% agendo sulla rete di retroazione positiva.....	Pag. 13
– Duty-cycle diverso dal 50% agendo sulla costante di tempo τ	Pag. 20
– Duty-cycle diverso dal 50% inserendo una tensione esterna nella rete di retroazione positiva.....	Pag. 23
PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORI OPERAZINALI A FREQUENZA VARIABILE.....	Pag. 29
– Circuito I – Ampio intervallo di regolazione.....	Pag. 29
– Circuito II – Piccolo intervallo di regolazione.....	Pag. 30
– Circuito III – Regolazione grossolana e fine della frequenza.....	Pag. 32
PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZINALE CON DUTY CYCLE REGOLABILE.....	Pag. 38
– Circuito I $0,38 < D < 0,62$	Pag. 38
– Circuito II ($T_H < T_L$) $0,38 < D < 0,5$	Pag. 40
– Circuito III ($T_H > T_L$) $0,5 < D < 0,62$	Pag. 42
– Circuito IV $0 < D < 1$	Pag. 44
– Circuito V ($T_H > T_L$) $0,5 < D < 1$	Pag. 46
– Circuito VI ($T_H < T_L$) $0 < D < 0,5$	Pag. 47
– Circuito VII $0 < D < 1$	Pag. 49

**PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON
AMPLIFICATORE OPERAZIONALE CON FREQUENZA VARIABILE
E DUTY CYCLE REGOLABILE.....Pag. 55**

– Circuito I.....Pag. 55

– Circuito II.....Pag. 60

**PROGETTO E VERIFICA DI UN GENERATORE DI ONDA QUADRA,
CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE, CON CONTROLLO
DELL'AMPIEZZA.Pag. 66**

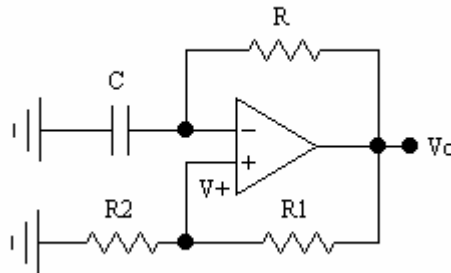
**PROGETTO E VERIFICA DI UN PARTICOLARE GENERATORE AD
ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE CON
FREQUENZA VARIABILE E DUTY-CYCLE REGOLABILE.....Pag. 70**

GENERATORE D'ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE (OSCILLATORE A RILASSAMENTO)

CIRCUITO BASE

Il generatore d'onda quadra è un circuito che fornisce in uscita un'onda quadra, senza che vi sia alcun segnale d'ingresso. Questo circuito viene anche detto oscillatore a rilassamento o multivibratore astabile.

Un circuito generatore d'onda quadra con amplificatore operazionale è riportato in figura.



Per studiare un circuito con amplificatore operazionale dovremo tenere conto dell'equipotenzialità degli ingressi ($V_- = V_+$) e che gli ingressi non assorbono corrente.

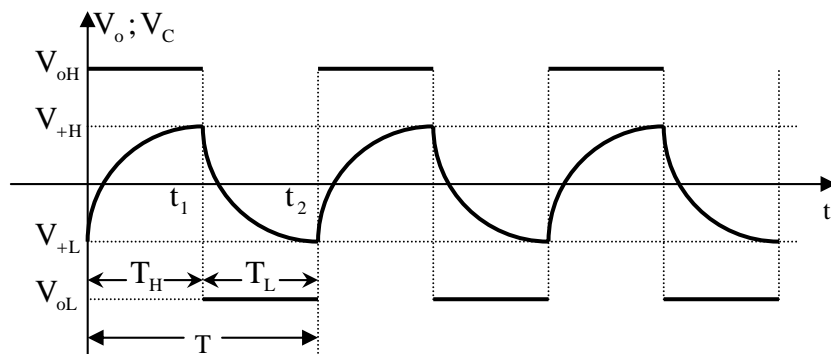
La capacità C si carica e si scarica attraverso la resistenza R verso il valore della tensione d'uscita, con costante di tempo $\tau = RC$.

In tale circuito è presente una rete di retroazione positiva che fissa il valore dell'ingresso V_+ in dipendenza del valore della tensione d'uscita. La tensione d'uscita può assumere solo due valori: V_{oH} e V_{oL} , tensioni di saturazione, cui corrispondono le due tensioni V_{+H} e V_{+L} , definite come:

$$V_{+H} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} \quad \text{e} \quad V_{+L} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oL}$$

V_{+H} e V_{+L} sono le tensioni di soglia in corrispondenza delle quali commuta l'uscita, allorché la tensione sulla capacità (coincide con la tensione sull'ingresso invertente, $V_- = V_C$), che si carica attraverso la resistenza R al valore della tensione d'uscita, uguaglia tali valori.

Supponendo che la tensione d'uscita abbia appena commutato a livello alto V_{oH} , perché la tensione sulla capacità ha uguagliato la tensione V_{+L} , la capacità inizierà a caricarsi verso la tensione d'uscita V_{oH} attraverso la resistenza R (con costante di tempo $\tau = RC$) partendo dalla tensione V_{+L} .



Quando, dopo un tempo $t = t_1 = T_H$, la tensione V_C raggiunge il valore V_{+H} , prevalendo l'ingresso invertente su quello non invertente, l'uscita commuta dal valore V_{oH} al valore V_{oL} , interrompendo

la carica della capacità che, partendo dal valore V_{+H} , inizia a caricarsi verso V_{oL} . Quando, dopo un tempo $t = t_2 - t_1 = T_L$, la tensione V_C raggiunge il valore V_{+L} , prevalendo l'ingresso non invertente su quello invertente, l'uscita commuta dal valore V_{oL} al valore V_{oH} , interrompendo la carica della capacità che, partendo dal valore V_{+L} , inizia a caricarsi verso V_{oH} . E il ciclo si ripete, generando in uscita un'onda quadra, come mostrato nel grafico.

Calcolo del semiperiodo T_H

Per calcolare la durata T_H , del primo semiperiodo, bisogna scrivere l'equazione di carica della capacità a partire dal tempo $t = 0$ e imporre che al tempo $t = t_1 = T_H$ assuma il valore V_{+H} .

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{dove } \tau = RC$$

Si impone che al tempo $t = t_1 = T_H$ sia:

$$\begin{aligned} V_C(t_1) = V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{T_H}{\tau}} = V_{+H} &\Rightarrow e^{-\frac{T_H}{\tau}} = \frac{V_{+H} - V_{oH}}{V_{+L} - V_{oH}} \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{T_H}{\tau} = \ln \frac{V_{+H} - V_{oH}}{V_{+L} - V_{oH}} &\Rightarrow T_H = -\tau \ln \frac{V_{+H} - V_{oH}}{V_{+L} - V_{oH}} = \tau \ln \frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} \end{aligned}$$

Supponendo che sia $V_{oH} = -V_{oL} \Rightarrow V_{+H} = -V_{+L}$, ed essendo

$$V_{+H} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oL} = -V_{+L},$$

si ha:

$$\begin{aligned} T_H = \tau \ln \frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} &= \tau \ln \frac{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} - V_{oH}}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} - V_{oH}} = \tau \ln \frac{-R_2 - R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = \\ &= \tau \ln \frac{R_1 + 2R_2}{R_1} = \tau \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = T_H \end{aligned}$$

Calcolo del semiperiodo T_L

Per calcolare la durata T_L , del secondo semiperiodo, bisogna scrivere l'equazione di carica della capacità a partire dal tempo $t - t_1 = 0$ e imporre che al tempo $t = t_2 \Rightarrow t_2 - t_1 = T_L$ assuma il valore V_{+L} .

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad \text{dove } \tau = RC$$

Si impone che al tempo $t = t_2 \Rightarrow t_2 - t_1 = T_L$ sia:

$$V_C(t_2) = V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{T_L}{\tau}} = V_{+L} \Rightarrow e^{-\frac{T_L}{\tau}} = \frac{V_{+L} - V_{oL}}{V_{+H} - V_{oL}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{T_L}{\tau} = \ln \frac{V_{+L} - V_{oL}}{V_{+H} - V_{oL}} \Rightarrow T_L = -\tau \ln \frac{V_{+L} - V_{oL}}{V_{+H} - V_{oL}} = \tau \ln \frac{V_{+H} - V_{oL}}{V_{+L} - V_{oL}} =$$

$$= \tau \ln \frac{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oL} - V_{oL}}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oL} - V_{oL}} = \tau \ln \frac{R_1 + 2R_2}{R_1} = \tau \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = T_L$$

Poiché i due semiperiodi sono uguali, $T_H = T_L$, il circuito genera un'onda quadra di periodo

$$T = T_H + T_L = 2\tau \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right).$$

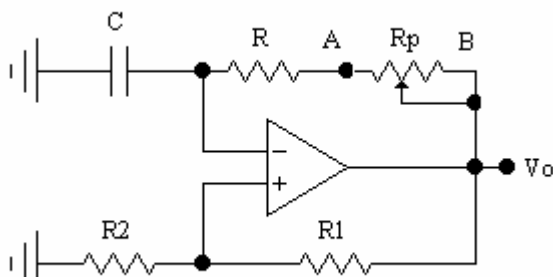
Il duty cycle è del 50% $D = \frac{T_H}{T} = \frac{RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)}{2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)} = \frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow 50\%.$

VARIAZIONE DELLA FREQUENZA

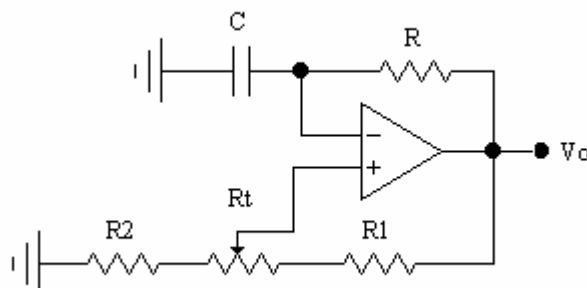
Per ottenere un circuito a frequenza variabile, mantenendo costante il duty cycle, si può agire, sul rapporto R_2/R_1 o sulla resistenza R , o su entrambi.

Dipendendo il periodo dal logaritmo del rapporto R_2/R_1 , si agisce sul rapporto R_2/R_1 quando si vuole ottenere un campo di variazione non ampio con regolazione precisa della frequenza. Si agisce su R per ampi intervalli di variazione della frequenza.

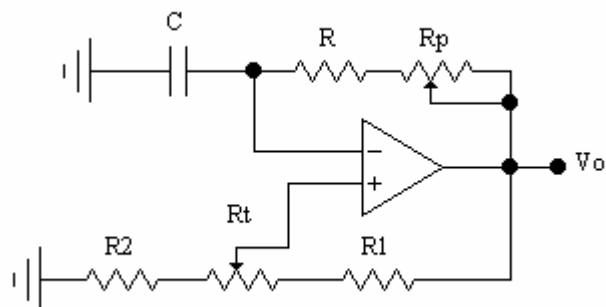
Circuiti per la variazione della frequenza



Ampio intervallo di regolazione



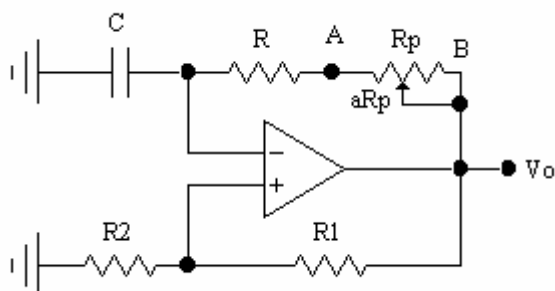
Piccolo intervallo di regolazione



Regolazione grossolana (R_P) e fine (R_T)

AMPIO INTERVALLO DI VARIAZIONE DELLA FREQUENZA

Si agisce sul $\tau (= RC)$ del circuito inserendo, in serie alla resistenza R , un potenziometro R_P .



$0 \leq a \leq 1$
 ↙ ↘
 cursore in A cursore in B

Il periodo T è:
$$T = 2(R + aR_P)C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right).$$

– Si ha $t = T_{\text{MIN}}$ (f_{MAX}) per $a = 0$:
$$T_{\text{MIN}} = 2RC \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)$$

– Si ha $t = T_{\text{MAX}}$ (f_{MIN}) per $a = 1$:
$$T_{\text{MAX}} = 2(R + R_P)C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Dimensionamento del circuito

Il periodo dipende linearmente da R_P . Fissato l'intervallo di variazione della frequenza, si fissa il valore del rapporto R_2/R_1 , si calcola la quantità RC per $a = 0$ e $T = T_{\text{MIN}}$:

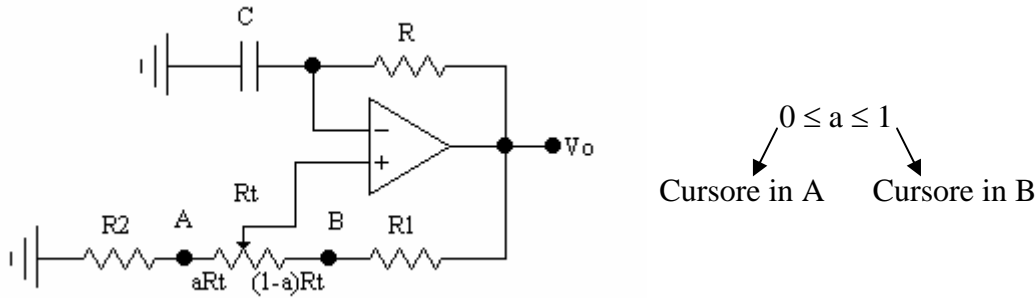
$$RC = \frac{T_{\text{MIN}}}{2 \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Si fissa il valore del condensatore C e si calcola il valore di R .

Si calcola R_P per $a = 1$ e $T = T_{\text{MAX}}$:
$$R_P = \frac{T_{\text{MAX}}}{2C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)} - R.$$

PICCOLO INTERVALLO DI VARIAZIONE DELLA FREQUENZA

Si agisce sulla rete di retroazione positiva, inserendo un potenziometro R_T tra le resistenze R_1 e R_2 .



Il periodo, e quindi la frequenza, dipende dal logaritmo naturale del rapporto $\frac{aR_T + R_2}{(1-a)R_T + R_1}$, con $0 \leq a \leq 1$

$$T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{aR_T + R_2}{(1-a)R_T + R_1} \right).$$

– Si ha $t = T_{\text{MIN}}$ (f_{MAX}) per $a = 0$ (cursore in A): $T_{\text{MIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$

– Si ha $t = T_{\text{MAX}}$ (f_{MIN}) per $a = 1$ (cursore in B): $T_{\text{MAX}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$

Dimensionamento del circuito

Fissato l'intervallo di variazione della frequenza, si fissa il rapporto $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1$.

Con questa posizione, da T_{MIN} si calcola il prodotto RC:

$$T_{\text{MIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2RC \ln 3 \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{T_{\text{MIN}}}{2 \ln 3}$$

Si fissa il valore di C e si calcola $R = \frac{T_{\text{MIN}}}{2C \ln 3}$.

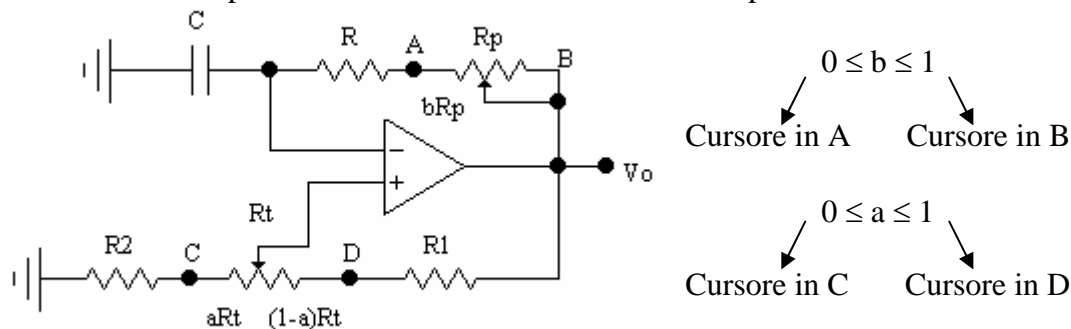
Per calcolare R_1 ; R_2 ; R_T ; si utilizza l'equazione di T_{MAX} sostituendo a R_2 : $R_2 = R_T + R_1$:

$$\begin{aligned} T_{\text{MAX}} &= 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_T + R_1}{R_1} \right) = 2RC \ln \left(1 + 4 \frac{R_T}{R_1} + 2 \right) = \\ &= 2RC \ln \left(3 + 4 \frac{R_T}{R_1} \right) \quad \Rightarrow \quad 3 + 4 \frac{R_T}{R_1} = e^{\frac{T_{\text{MAX}}}{2RC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_T}{R_1} = \frac{e^{\frac{T_{\text{MAX}}}{2RC}} - 3}{4} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{4R_T}{e^{\frac{T_{\text{MAX}}}{2RC}} - 3} \end{aligned}$$

Si fissa il valore di R_T e si calcolano R_1 e R_2 .

AMPIO INTERVALLO DI VARIAZIONE, CON REGOLAZIONE FINE, DELLA FREQUENZA

Si utilizzano contemporaneamente le due soluzioni circuitali precedenti.



Con R_p si ottiene la variazione grossolana della frequenza, con R_T si ottiene la regolazione fine della frequenza.

Oltre a definire f_{MIN} e f_{MAX} , bisogna definire l'intervallo della frequenza entro il quale avere la regolazione fine, ossia un $\Delta f\%$ di f . Pertanto, il campo di variazione della frequenza sarà:

$$f_{MIN} \pm f'_{MIN} \div f_{MAX} \pm f'_{MAX}.$$

In corrispondenza si ha il seguente campo di variazione del periodo:

$$T_{MIN} \pm T'_{MIN} \div T_{MAX} \pm T'_{MAX}.$$

La variazione di T_{MIN} e di T_{MAX} ($\pm T'_{MIN}$ e $\pm T'_{MAX}$), in più e in meno, attorno ai loro valori (e in generale del periodo T ; $T \pm T'$) si ottiene da una variazione logaritmica del rapporto tra le resistenze della rete di retroazione positiva. Quindi, le variazioni $-T'_{MIN}$ e $+T'_{MIN}$, e $-T'_{MAX}$ e $+T'_{MAX}$ non sono esattamente uguali tra loro. Se la variazione è sufficientemente piccola, essendo di tipo logaritmica, è possibile considerare tale variazione pressoché lineare e porre $T' \approx \Delta T/2$ (ΔT è la variazione complessiva da $-T'$ a $+T'$), ossia le variazioni in più o in meno del periodo. Nel seguito supporremo valido tale assunto.

Nel caso generale il periodo è: $T = 2(R + bR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{aR_T + R_2}{(1-a)R_T + R_1} \right)$ con $0 \leq a, b \leq 1$.

Al variare di a e b si hanno tutti i valori del periodo compresi tra $T_{MIN} - T'_{MIN}$ e $T_{MAX} + T'_{MAX}$. Il periodo minimo in assoluto si ha quando $b = 0$ (cursore in A) e $a = 0$ (cursore in C):

$$T_{MIN} - T'_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

Spostando il cursore di R_T in D, ossia con $a = 1$, si ha:

$$T_{MIN} + T'_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$$

Si calcola

$$\begin{aligned}\Delta T_{\text{MIN}} &= T_{\text{MIN}} + T'_{\text{MIN}} - (T_{\text{MIN}} - T'_{\text{MIN}}) = 2RC \left[\ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) - \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \right] = \\ &= 2RC \left[\ln \frac{1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1}}{1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1}} \right] = 2RC \left[\ln \frac{R_1 + 2R_T + 2R_2}{R_1} \cdot \frac{R_T + R_1 + 2R_2}{R_T + R_1} \right] = 2RC \Delta \ln\end{aligned}$$

Il periodo massimo in assoluto si ha quando $b = 1$ (cursore in B) e $a = 1$ (cursore in D):

$$T_{\text{MAX}} + T'_{\text{MAX}} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$$

Spostando il cursore di R_T in C, ossia con $a = 0$, si ha:

$$T_{\text{MAX}} - T'_{\text{MAX}} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

Si calcola

$$\begin{aligned}\Delta T_{\text{MAX}} &= T_{\text{MAX}} + T'_{\text{MAX}} - (T_{\text{MAX}} - T'_{\text{MAX}}) = \\ &= 2(R + R_p)C \left[\ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) - \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \right] = 2(R + R_p)C \left[\ln \frac{1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1}}{1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1}} \right] = \\ &= 2(R + R_p)C \left[\ln \frac{R_1 + 2R_T + 2R_2}{R_1} \cdot \frac{R_T + R_1 + 2R_2}{R_T + R_1} \right] = 2(R + R_p)C \Delta \ln\end{aligned}$$

Al fine di valutare la relazione intercorrente tra ΔT_{MAX} e ΔT_{MIN} , si calcola il rapporto $T_{\text{MAX}}/\Delta T_{\text{MIN}}$ e le variazioni relative $\Delta T_{\text{MIN}}/T_{\text{MIN}}$ e $\Delta T_{\text{MAX}}/T_{\text{MAX}}$. Supponendo lineari i potenziometri, T_{MIN} e T_{MAX} si intendono definiti per $a = 0,5$, ossia col cursore di R_T posizionatola centro:

$$T_{\text{MIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T}{2} + R_2}{\frac{R_T}{2} + R_1} \right) \quad ; \quad T_{\text{MAX}} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T}{2} + R_2}{\frac{R_T}{2} + R_1} \right)$$

$$\frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}} = \frac{R + R_p}{R} = 1 + \frac{R_p}{R} = \lambda \quad \Rightarrow \quad T_{\text{MAX}} = \lambda T_{\text{MIN}}$$

$$\frac{\Delta T_{\text{MIN}}}{T_{\text{MIN}}} = \frac{2RC \cdot \Delta \ln}{2RC \ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T}{2} + R_2}{\frac{R_T}{2} + R_1} \right)} = \frac{\Delta \ln}{\ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T}{2} + R_2}{\frac{R_T}{2} + R_1} \right)}$$

$$\frac{\Delta T_{MAX}}{T_{MAX}} = \frac{2(R + R_p) \cdot \Delta \ln}{2(R + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T + R_2}{2}}{R_T + R_1} \right)} = \frac{\Delta \ln}{\ln \left(1 + 2 \frac{\frac{R_T + R_2}{2}}{R_T + R_1} \right)} = \frac{\Delta T_{MIN}}{T_{MIN}}$$

La variazione relativa, e quindi le variazioni percentuali, sono uguali. La variazione dal valore minimo al valore massimo di R_T produce una variazione del logaritmo la cui entità è uguale, in proporzione, per tutte le frequenze; pertanto, a qualunque frequenza si avrà la stessa variazione relativa percentuale.

La variazione di b (R_p) nell'intervallo $[0 ; 1]$ produce la variazione del periodo nell'intervallo $[T_{MIN} ; T_{MAX}]$.

La variazione di a (R_T) nell'intervallo $[0 ; 1]$ produce la variazione del periodo nell'intorno fissato dal valore di b di una stessa quantità relativa percentuale ΔT .

Oscillazione minima di T_{MIN} (valore più piccolo del periodo) $T_{MIN} - T'_{MIN} : b = 0 ; a = 0$:

$$T_{MIN} - T'_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

Oscillazione massima di T_{MIN} (valore minimo maggiore) $T_{MIN} + T'_{MIN} : b = 0 ; a = 1$:

$$T_{MIN} + T'_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$$

Oscillazione minima di T_{MAX} (valore massimo minore) $T_{MAX} - T'_{MAX} : b = 1 ; a = 0$:

$$T_{MAX} - T'_{MAX} = 2(R + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

Oscillazione massima di T_{MAX} (valore più grande del periodo) $T_{MAX} + T'_{MAX} : b = 1 ; a = 1$:

$$T_{MAX} + T'_{MAX} = 2(R + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$$

Calcolo di R ; R_p ; C

Si fa il rapporto membro a membro di $T_{MAX} - T'_{MAX}$ e $T_{MIN} - T'_{MIN}$:

$$\frac{T_{MAX} - T'_{MAX}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} = \frac{R + R_p}{R} = 1 + \frac{R_p}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{\frac{T_{MAX} - T'_{MAX}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} - 1} R_p$$

Si fissa il valore di R_p e si calcola R .

Si pone $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1$ e si calcola C da $T_{MIN} - T'_{MIN}$:

$$T_{MIN} - T'_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2RC \ln 3 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{T_{MIN} - T'_{MIN}}{2R \ln 3}$$

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_T

Si fa il rapporto membro a membro di $T_{MIN} + T'_{MIN}$ e $T_{MIN} - T'_{MIN}$; si esplicita R_2 da $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1$

$\Rightarrow R_2 = R_T + R_1$ e si sostituisce nell'espressione che si ottiene:

$$\frac{T_{MIN} + T'_{MIN}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} = \frac{\ln\left(1 + 2\frac{R_T + R_2}{R_1}\right)}{\ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_T + R_1}\right)} = \frac{\ln\left(1 + 2\frac{R_T + R_T + R_1}{R_1}\right)}{\ln 3} = \frac{\ln\left(3 + 4\frac{R_T}{R_1}\right)}{\ln 3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(3 + 4\frac{R_T}{R_1}\right) = \frac{T_{MIN} + T'_{MIN}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} \ln 3 \Rightarrow 3 + 4\frac{R_T}{R_1} = e^{\frac{T_{MIN} + T'_{MIN}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} \ln 3} \Rightarrow$$

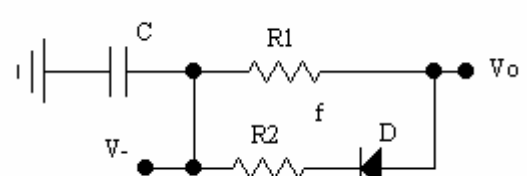
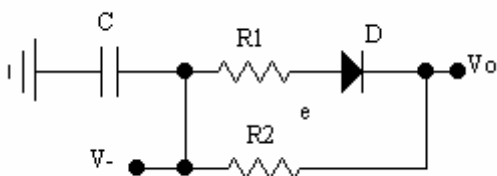
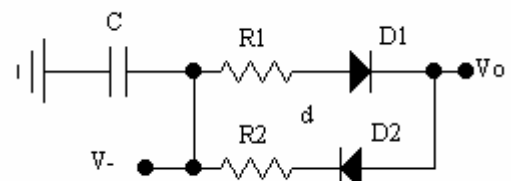
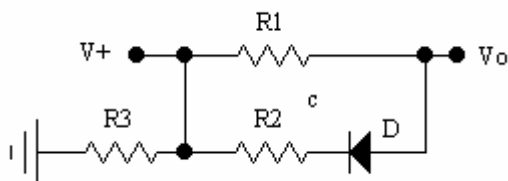
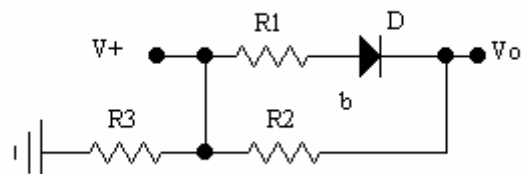
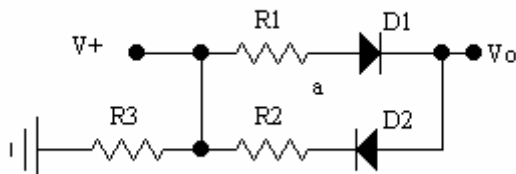
$$\frac{R_T}{R_1} = \frac{e^{\frac{T_{MIN} + T'_{MIN}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} \ln 3} - 3}{4} \Rightarrow R_1 = \frac{4R_T}{e^{\frac{T_{MIN} + T'_{MIN}}{T_{MIN} - T'_{MIN}} \ln 3} - 3}$$

Si fissa il valore di R_T e si calcola R_1 . Quindi, da $R_2 = R_T + R_1$ si calcola R_2 .

VARIAZIONE DEL DUTY-CYCLE

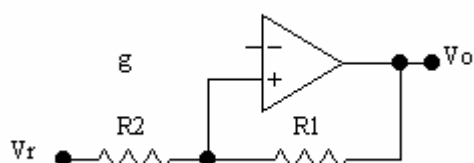
Per variare il duty-cycle bisogna diversificare la durata dei due semiperiodi. Tale modifica, comunque, potrebbe influenzare anche la frequenza.

Si può agire sulla rete di retroazione positiva R_1 - R_2 diversificando le soglie V_{+H} e V_{+L} , circuiti a, b, c; oppure si può agire sulla resistenza R diversificando la costante di tempo, e, quindi, la velocità di carica della capacità, circuiti d, e, f.



Quando si agisce sulla rete di retroazione positiva, il circuito potrebbe risultare non dimensionabile per un qualunque valore del duty-cycle.

Il circuito non è dimensionabile quando uno dei componenti passivi risulta negativo (non esistono, nella realtà pratica, resistenze, capacità, induttanze negative).

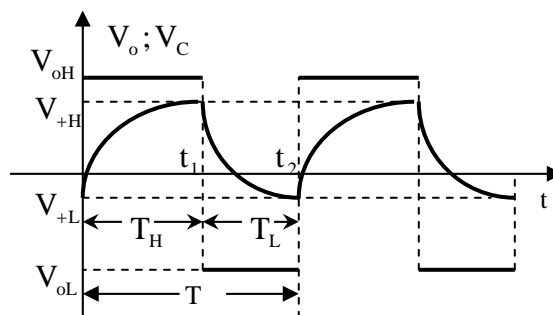
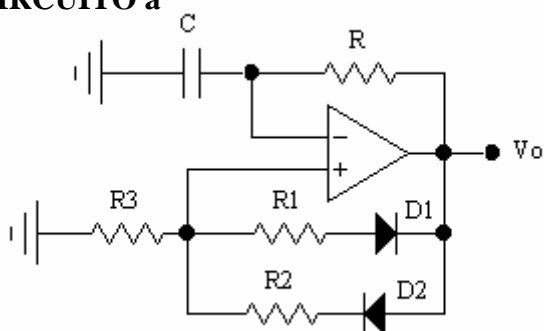


Il duty-cycle può anche essere modificato facendo dipendere le soglie di commutazione dell'amplificatore operazionale, oltre che R_1 - R_2 e dalla tensione d'uscita, anche da una tensione esterna di opportuno valore, circuito g.

DIMENSIONABILITÀ DEI CIRCUITI PER LA VARIAZIONE DEL DUTY-CYCLE

DUTY-CYCLE DIVERSO DAL 50% AGENDO SULLA RETE DI RETROAZIONE POSITIVA

CIRCUITO a



Nel seguito supporremo sempre che $V_{oH} = -V_{oL}$, ossia uguali e opposte le tensioni di saturazione dell'amplificatore operazionale.

$$- \text{ Se } V_o = V_{oH} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{interdetto} \\ D_2 & \text{in conduzione} \end{cases} \Rightarrow V_+ = V_{+H} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{oH}$$

$$- \text{ Se } V_o = V_{oL} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{in conduzione} \\ D_2 & \text{interdetto} \end{cases} \Rightarrow V_+ = V_{+L} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oL} = -\frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oH}$$

Calcolo di T_H

Si scrive l'equazione di carica di C: $V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$,

e si impone che al tempo $t = t_1 = T_H$ sia $V_C(t_1) = V_C(T_H) = V_{+H} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{T_H}{\tau}} = V_{+H} \Rightarrow -\frac{T_H}{\tau} = \ln \frac{V_{+H} - V_{oH}}{V_{+L} - V_{oH}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_H = \tau \ln \frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} = \tau \ln \frac{-\frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oH} - V_{oH}}{\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{oH} - V_{oH}} = \tau \ln \frac{-R_3 - R_1 + R_3}{R_1 + R_3} \frac{R_2 + R_3}{R_3 - R_2 - R_3} =$$

$$= \tau \ln \frac{\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3}}{\frac{R_2}{R_2 + R_3}} = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right]$$

Calcolo di T_L

Si scrive l'equazione di carica di C: $V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$,

e si impone che al tempo $t = t_2 \Rightarrow t_2 - t_1 = T_L$ sia $V_C(t_2) = V_{+L} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{T_L}{\tau}} = V_{+L} \Rightarrow -\frac{T_L}{\tau} = \ln \frac{V_{+L} - V_{oL}}{V_{+H} - V_{oL}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_L = \tau \ln \frac{V_{+H} - V_{oL}}{V_{+L} - V_{oL}} = \tau \ln \frac{\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{oH} + V_{oH}}{-\frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oH} + V_{oH}} = \tau \ln \frac{\frac{R_3 + R_1 + R_3}{R_2 + R_3}}{\frac{-R_3 + R_2 + R_3}{R_1 + R_3}} =$$

$$= \tau \ln \frac{\frac{2R_3 + R_1}{R_2 + R_3}}{\frac{R_2}{R_1 + R_3}} = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_2} \right]$$

Calcolo di T

$$T = T_H + T_L = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right] + \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right] =$$

$$= \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right] = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]$$

Calcolo del duty-cycle a livello alto

$$D_H = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right]}{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]}$$

Calcolo dell'intervallo dei valori del duty-cycle per i quali il circuito è dimensionabile

Si pone $\alpha = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_1 + R_3}$, con $0 < \alpha, \beta < 1$. Per T_H, T_L, T e D si ha:

$$T_H = \tau \ln \frac{\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3}}{\frac{R_2}{R_2 + R_3}} = \tau \ln \frac{\frac{R_3 + R_3 + R_1}{R_1 + R_3}}{\frac{R_2 + R_3 - R_3}{R_2 + R_3}} = \tau \ln \frac{1 + \frac{R_3}{R_1 + R_3}}{1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3}} = \tau \ln \frac{1 + \beta}{1 - \alpha}$$

$$T_L = \tau \ln \frac{\frac{2R_3 + R_1}{R_2 + R_3}}{\frac{R_2}{R_1 + R_3}} = \tau \ln \frac{\frac{R_3 + R_3 + R_1}{R_2 + R_3}}{\frac{R_2 + R_3 - R_3}{R_1 + R_3}} = \tau \ln \frac{1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3}}{1 - \frac{R_3}{R_1 + R_3}} = \tau \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \beta}$$

$$T = T_H + T_L = \tau \ln \left[\frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \right] \quad D = \frac{\ln \frac{1 + \beta}{1 - \alpha}}{\ln \left[\frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \right]} = \frac{D}{1}$$

Accentrando l'attenzione su D, l'uguaglianza tra frazioni è vera se sono uguali tra loro i numeratori e i denominatori, ossia:

$$\ln \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} = D \quad \Rightarrow \quad \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} = e^D$$

$$\ln \left[\frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \right] = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} = e \quad \Rightarrow \quad e^D \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} = e \quad \Rightarrow \quad \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} = e^{1-D}$$

Si mettono tali equazioni a sistema e esplicitano α e β in funzione di D:

$$\begin{cases} \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} = e^D \\ \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} = e^{1-D} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + \beta = e^D - \alpha e^D \\ 1 + \alpha = e^{1-D} - \beta e^{1-D} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = e^D - \alpha e^D - 1 \\ \alpha = e^{1-D} - \beta e^{1-D} - 1 \end{cases}$$

Si sostituisce la prima nella seconda e si ricava α :

$$\alpha = e^{1-D} - (e^D - \alpha e^D - 1) e^{1-D} - 1 = e^{1-D} - e + \alpha e + e^{1-D} - 1 = 2e^{1-D} - e + \alpha e - 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \alpha(e - 1) = e + 1 - 2e^{1-D} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{e + 1 - 2e^{1-D}}{e - 1}$$

Poiché $0 < \alpha < 1$, dovrà risultare contemporaneamente $\frac{e + 1 - 2e^{1-D}}{e - 1} > 0$ e $\frac{e + 1 - 2e^{1-D}}{e - 1} < 1$.

$$\frac{e + 1 - 2e^{1-D}}{e - 1} > 0 \Rightarrow e + 1 - 2e^{1-D} > 0 \Rightarrow 2e^{1-D} < e + 1 \Rightarrow 1 - D < \ln \frac{e + 1}{2} \Rightarrow D > 1 - \ln \frac{e + 1}{2} = 0,38$$

$$\frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} < 1 \Rightarrow e+1-2e^{1-D} < e-1 \Rightarrow 2e^{1-D} > 2 \Rightarrow e^{1-D} > 1 \Rightarrow 1-D > 0 \Rightarrow D < 1$$



Esiste il valore reale di α , compreso tra 0 e 1, per tutti i valori di D tali che $0,38 < D < 1$.

Nel sistema si sostituisce la seconda equazione nella prima e si ricava β :

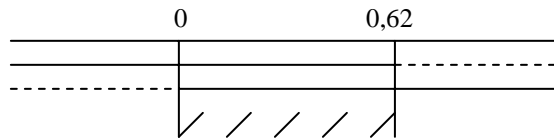
$$\beta = e^D - e^D(e^{1-D} - \beta e^{1-D} - 1) - 1 = e^D - e + \beta e + e^D - 1 = 2e^D - e - 1 + \beta e \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta(e-1) = e+1-2e^D \Rightarrow \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Poiché $0 < \beta < 1$, dovrà risultare contemporaneamente $\frac{e+1-2e^D}{e-1} > 0$ e $\frac{e+1-2e^D}{e-1} < 1$.

$$\frac{e+1-2e^D}{e-1} > 0 \Rightarrow e+1-2e^D > 0 \Rightarrow e^D < \frac{e+1}{2} \Rightarrow D < \ln \frac{e+1}{2} = 0,62$$

$$\frac{e+1-2e^D}{e-1} < 1 \Rightarrow e+1-2e^D < e-1 \Rightarrow 2e^D > 2 \Rightarrow e^D > 1 \Rightarrow D > 0$$



Esiste il valore reale di β , compreso tra 0 e 1, per tutti i valori di D tali che $0 < D < 0,62$.

Perché il circuito sia dimensionabile, devono essere reali e positivi, e compresi tra 0 e 1, sia α sia β ; pertanto, le due condizioni trovate per D devono essere verificate contemporaneamente.



I valori del duty-cycle per cui il circuito è dimensionabile sono: $0,38 < D < 0,62$

Criteri di progetto

Fissati il duty-cycle D e il periodo T , con $0,38 < D < 0,62$, si calcolano α e β :

$$\alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} \qquad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Noti α e β , si dimensionano R_1, R_2, R_3 :

$$\alpha = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow \frac{R_2 + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \Rightarrow R_2 = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot R_3$$

$$\beta = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow \frac{R_1 + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1 - \beta}{\beta} \Rightarrow R_1 = \frac{1 - \beta}{\beta} \cdot R_3$$

Si fissa il valore di R_3 e si calcolano R_1 e R_2 .

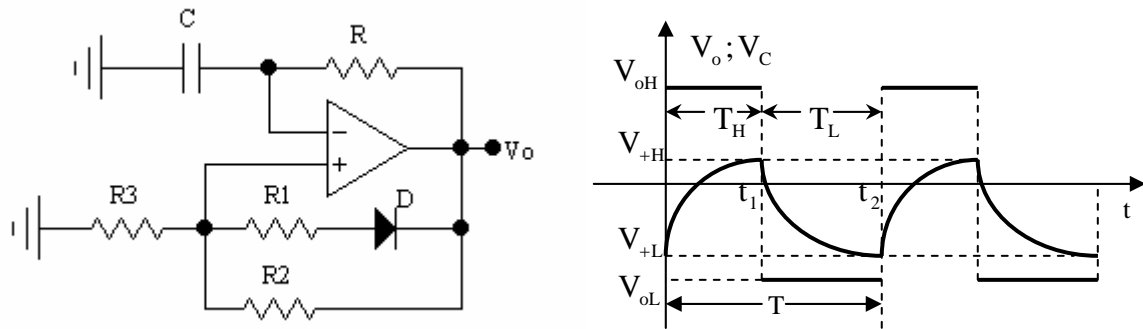
Dall'espressione del periodo T si dimensionano C e R :

$$T = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right] \Rightarrow \tau = \frac{T}{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]} = RC$$

Si fissa il valore di C e si calcola $R = \frac{\tau}{C}$

Al fine di ridurre eventuali disturbi dovuti alla doppia commutazione dei diodi, se ne può usare uno solo, come nei circuiti che seguono.

CIRCUITO b



- Se $V_o = V_{oH} \Rightarrow$ D interdetto $\Rightarrow V_+ = V_{+H} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{oH}$

- Se $V_o = V_{oL} \Rightarrow$ D in conduzione $\Rightarrow V_+ = V_{+L} = \frac{R_3}{R_p + R_3} V_{oL} = -\frac{R_3}{R_p + R_3} V_{oH}$

dove $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

I semiperiodo T_H e T_L si ottengono da quelli del circuito a sostituendo R_p al posto di R_1 :

$$T_H = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_p}{R_p + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right] = \tau \ln \left[\frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} \right] \quad \text{è diminuito rispetto al circuito a}$$

$$T_L = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_p + R_3}{R_p} \right] = \tau \ln \left[\frac{V_{+H} - V_{oL}}{V_{+L} - V_{oL}} \right] \quad \text{è aumentato rispetto al circuito a}$$

$$T = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_P}{R_P} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]$$

Risultando $T_H < T_L$, questo circuito consente di ottenere solo duty-cycle minori del 50%. Pertanto, deve risultare $0,38 < D < 0,5$.

Infatti, posto $\alpha = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_P + R_3}$, poiché, rispetto al circuito a,

$$R_P < R_1 \Rightarrow \alpha < \beta \Rightarrow \alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} < \frac{e+1-2e^D}{e-1} = \beta \Rightarrow -2e^{1-D} < -2e^D \Rightarrow e^{1-D} > e^D \Rightarrow 1-D > D \Rightarrow 2D < 1 \Rightarrow D < 0,5$$

Criteria di progetto

Fissati il duty-cycle D e il periodo T , con $0,38 < D < 0,5$, si calcolano α e β :

$$\alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} \quad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Noti α e β , si dimensionano R_1 , R_2 , R_3 :

$$\alpha = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow \frac{R_2 + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1-\alpha}{\alpha} \Rightarrow R_2 = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot R_3$$

$$\beta = \frac{R_3}{R_P + R_3} \Rightarrow \frac{R_P + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_P}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{R_P}{R_3} = \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1-\beta}{\beta} \Rightarrow R_P = \frac{1-\beta}{\beta} \cdot R_3$$

Si fissa il valore di R_3 e si calcolano R_P e R_2 . Noto R_P si calcola R_1 :

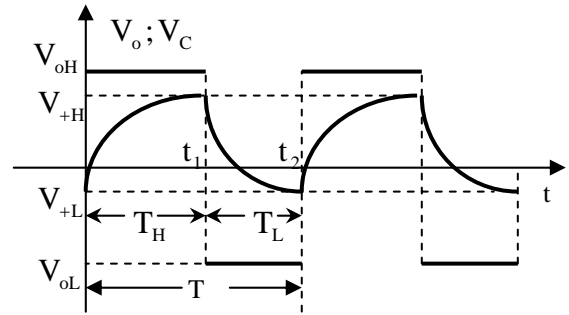
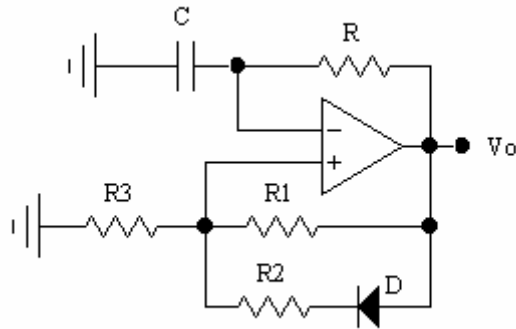
$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = R_1 R_P + R_2 R_P \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 R_P}{R_2 - R_P}$$

Dall'espressione del periodo T si dimensionano C e R :

$$T = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_P}{R_P} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right] \Rightarrow \tau = \frac{T}{\ln \left[\frac{2R_3 + R_P}{R_P} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]} = RC$$

Si fissa il valore di C e si calcola $R = \frac{\tau}{C}$

CIRCUITO c



- Se $V_o = V_{oH} \Rightarrow$ D in conduzione $\Rightarrow V_+ = V_{+H} = \frac{R_3}{R_p + R_3} V_{oH}$, dove $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- Se $V_o = V_{oL} \Rightarrow$ D interdetto $\Rightarrow V_+ = V_{+L} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oL} = -\frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{oH}$

I semiperiodo T_H e T_L si ottengono da quelli del circuito a sostituendo R_p al posto di R_2 :

$$T_H = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_p + R_3}{R_p} \right] = \tau \ln \left[\frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} \right] \quad \text{è aumentato rispetto al circuito a}$$

$$T_L = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_p}{R_3 + R_p} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right] = \tau \ln \left[\frac{V_{+H} - V_{oL}}{V_{+L} - V_{oL}} \right] \quad \text{è diminuito rispetto al circuito a}$$

$$T = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_p}{R_p} \right]$$

Risultando $T_H > T_L$, questo circuito consente di ottenere solo duty-cycle maggiori del 50%. Pertanto, deve risultare $0,5 < D < 0,62$.

Infatti, posto $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_p}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_1 + R_3}$, poiché, rispetto al circuito a,

$$R_p < R_2 \Rightarrow \alpha > \beta \Rightarrow \alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} > \frac{e+1-2e^D}{e-1} = \beta \Rightarrow -2e^{1-D} > -2e^D \Rightarrow$$

$$e^{1-D} < e^D \Rightarrow 1-D < D \Rightarrow 2D > 1 \Rightarrow D > 0,5$$

Criteri di progetto

Fissati il duty-cycle D e il periodo T, con $0,5 < D < 0,62$, si calcolano α e β :

$$\alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} \quad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Noti α e β , si dimensionano R_1, R_2, R_3 :

$$\alpha = \frac{R_3}{R_p + R_3} \Rightarrow \frac{R_p + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_p}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{R_p}{R_3} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1-\alpha}{\alpha} \Rightarrow R_p = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot R_3$$

$$\beta = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow \frac{R_1 + R_3}{R_3} = 1 + \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1-\beta}{\beta} \Rightarrow R_1 = \frac{1-\beta}{\beta} \cdot R_3$$

Si fissa il valore di R_3 e si calcolano R_p e R_1 . Noto R_p si calcola R_2 :

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = R_1 R_p + R_2 R_p \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_p}{R_1 - R_p}$$

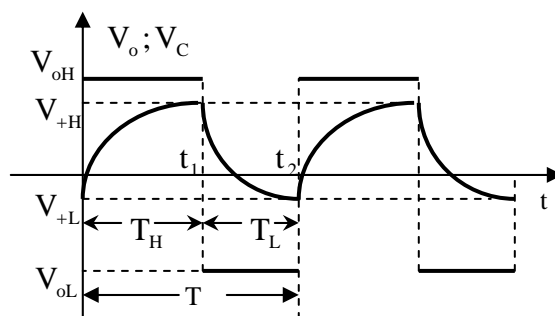
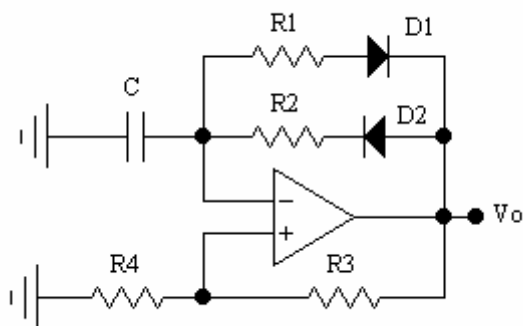
Dall'espressione del periodo T si dimensionano C e R :

$$T = \tau \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_p}{R_p} \right] \Rightarrow \tau = \frac{T}{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_p}{R_p} \right]} = RC$$

Si fissa il valore di C e si calcola $R = \frac{\tau}{C}$.

DUTY-CYCLE DIVERSO DAL 50% AGENDO SULLA COSTANTE DI TEMPO τ

CIRCUITO d



$$V_{+H} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_{oH} \quad \text{e} \quad V_{+L} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_{oL} = -\frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_{oH}$$

$$- \text{ Se } V_o = V_{oH} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{interdetto} \\ D_2 & \text{in conduzione} \end{cases} \Rightarrow \tau_2 = R_2 C \Rightarrow T_H = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$$

$$- \text{ Se } V_o = V_{oL} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{in conduzione} \\ D_2 & \text{interdetto} \end{cases} \Rightarrow \tau_1 = R_1 C \Rightarrow T_L = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$$

$$\text{Il periodo è: } T = T_H + T_L = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) + R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) = (R_1 + R_2) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$$

Il duty-cycle è:

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_2 C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right)}{(R_1 + R_2) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

A seconda dei valori di R_1 e R_2 si può ottenere una vasta gamma di valori del duty-cycle, sicuramente compresi tra il 10% e il 90%.

Al fine di ridurre eventuali disturbi dovuti alla doppia commutazione dei diodi, se ne può usare uno solo, come nei circuiti che seguono.

Criteri di progetto

Fissati D e T , si dimensionano R_1 , R_2 , C , R_3 , R_4 . Si fissa un valore arbitrario k per il rapporto R_3/R_4 ; si dà un valore ad R_3 e si calcola $R_4 = kR_3$.

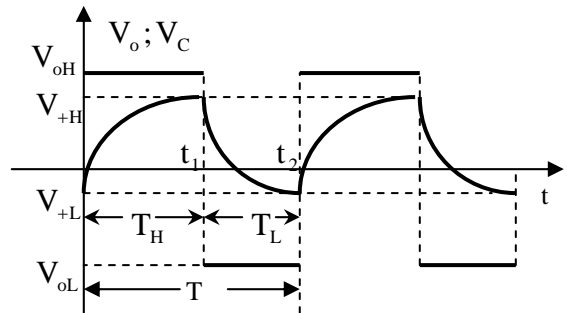
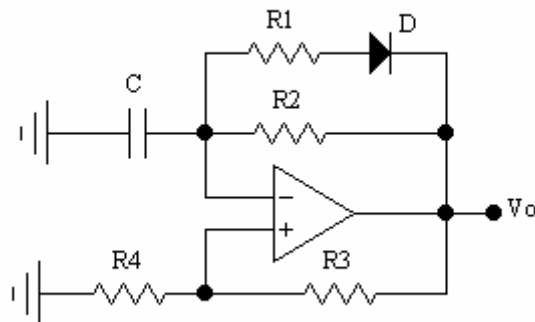
Dall'espressione di D si esplicita R_1 in funzione di R_2 :

$$D = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{1}{D} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{D} - 1 = \frac{1-D}{D} \Rightarrow R_1 = \frac{1-D}{D} \cdot R_2$$

Si fissa il valore di R_2 e si calcola R_1 . Dal periodo T si calcola il valore di C :

$$T = (R_1 + R_2) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \Rightarrow C = \frac{T}{(R_1 + R_2) \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right)}$$

CIRCUITO e



– Se $V_o = V_{oH} \Rightarrow D$ interdetto $\Rightarrow \tau_2 = R_2 C \Rightarrow T_H = R_2 C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right)$

– Se $V_o = V_{oL} \Rightarrow D$ in conduzione $\Rightarrow \tau_p = R_p C$; $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow T_L = R_p C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right)$

Poiché $R_p < R_2 \Rightarrow T_H > T_L$. Si possono avere duty-cycle solo maggiori del 50%.

$$T = T_H + T_L = (R_p + R_2) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) ; D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_2}{R_p + R_2} > 0,5$$

Criteri di progetto

Fissati D e T, si dimensionano R_1, R_2, C, R_3, R_4 . Si fissa un valore arbitrario k per il rapporto R_3/R_4 ; si dà un valore ad R_3 e si calcola $R_4 = kR_3$.

Dall'espressione di D si esplicita R_p in funzione di R_2 :

$$D = \frac{R_2}{R_p + R_2} \Rightarrow R_p = \frac{1-D}{D} \cdot R_2$$

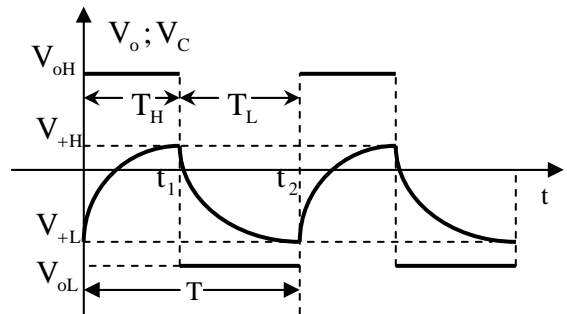
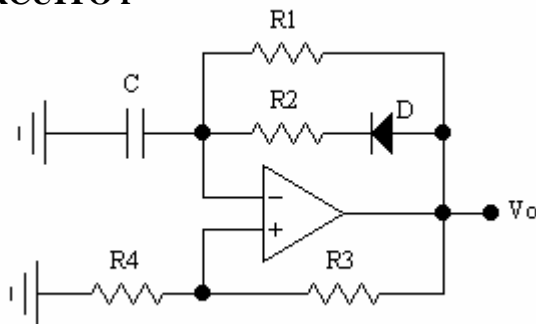
Si fissa il valore di R_2 e si calcola R_p . Noto R_p si calcola R_1 :

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = R_1 R_p + R_2 R_p \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 R_p}{R_2 - R_p}$$

Dal periodo T si calcola il valore di C:

$$T = (R_p + R_2) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \Rightarrow C = \frac{T}{(R_p + R_2) \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)}$$

CIRCUITO f



– Se $V_o = V_{oH} \Rightarrow D$ in conduzione $\Rightarrow \tau_p = R_p C$; $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow T_H = R_p C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$

– Se $V_o = V_{oL} \Rightarrow D$ interdetto $\Rightarrow \tau_1 = R_1 C \Rightarrow T_L = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$

Poiché $R_p < R_1 \Rightarrow T_H < T_L$. Si possono avere duty-cycle solo minori del 50%.

$$T = T_H + T_L = (R_p + R_1) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) ; D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_p}{R_1 + R_p} < 0,5$$

Criteri di progetto

Fissati D e T, si dimensionano R_1, R_2, C, R_3, R_4 . Si fissa un valore arbitrario k per il rapporto R_4/R_3 ; si dà un valore ad R_3 e si calcola $R_4 = kR_3$.

Dall'espressione di D si esplicita R_p in funzione di R_1 :

$$D = \frac{R_p}{R_1 + R_p} \Rightarrow R_p = \frac{D}{1-D} \cdot R_1$$

Si fissa il valore di R_1 e si calcola R_p . Noto R_p si calcola R_2 :

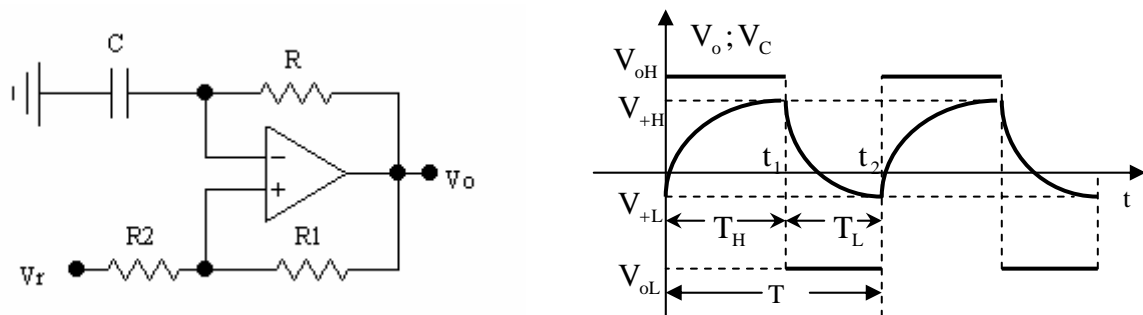
$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = R_1 R_p + R_2 R_p \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_p}{R_1 - R_p}$$

Dal periodo T si calcola il valore di C :

$$T = (R_p + R_1) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \Rightarrow C = \frac{T}{(R_p + R_1) \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)}$$

DUTY-CYCLE DIVERSO DAL 50% INSERENDO UNA TENSIONE ESTERNA NELLA RETE DI RETROAZIONE POSITIVA

CIRCUITO g



Il dut-cycle può anche essere modificato facendo dipendere le soglie di commutazione, oltre che da v_o , R_1 , R_2 , anche da una tensione esterna V_R di opportuno valore.

Calcolo di V_+

Alla tensione V_+ contribuiscono due cause, v_o e V_R . Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si ha:

$$V_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_o + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R$$

$$- \text{ Se } V_o = V_{oH} \Rightarrow V_+ = V_{+H} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R$$

$$- \text{ Se } V_o = V_{oL} \Rightarrow V_+ = V_{+L} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oL} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R$$

Le due soglie, se $V_R \neq 0$, sono diverse, e diverso dal 50% risulterà il duty-cycle. Posto $\tau = RC$, si calcolano T_H e T_L .

Calcolo del semiperiodo T_H

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{dove} \quad \tau = RC$$

Al tempo $t = t_1 = T_H$ la tensione sulla capacità ha raggiunto il valore $V_{+H} = V_C(t_1) = V_C(T_H)$:

$$\begin{aligned} V_C(t_1) &= V_{oH} + (V_{+L} - V_{oH}) \cdot e^{-\frac{T_H}{\tau}} = V_{+H} \quad \Rightarrow \quad -\frac{T_H}{\tau} = \ln \frac{V_{+H} - V_{oH}}{V_{+L} - V_{oH}} \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad T_H &= \tau \ln \frac{V_{+L} - V_{oH}}{V_{+H} - V_{oH}} = \tau \ln \frac{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R - V_{oH}}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R - V_{oH}} = \\ &= \tau \ln \frac{-R_2 V_{oH} + R_1 V_R - R_1 V_{oH} - R_2 V_{oH}}{R_2 V_{oH} + R_1 V_R - R_1 V_{oH} - R_2 V_{oH}} = \tau \ln \frac{2R_2 V_{oH} + R_1 V_{oH} - R_1 V_R}{R_1 V_{oH} - R_1 V_R} = \\ &= \tau \ln \frac{R_1 (V_{oH} - V_R) + 2R_2 V_{oH}}{R_1 (V_{oH} - V_R)} = \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right] \end{aligned}$$

Calcolo del semiperiodo T_L

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad \text{dove} \quad \tau = RC$$

Al tempo $t = t_2$ e $t_2 - t_1 = T_L$ la tensione sulla capacità ha raggiunto il valore $V_{+L} = V_C(t_2)$:

$$\begin{aligned} V_C(t_1) &= V_{oL} + (V_{+H} - V_{oL}) \cdot e^{-\frac{T_L}{\tau}} = V_{+L} \quad \Rightarrow \quad -\frac{T_L}{\tau} = \ln \frac{V_{+L} - V_{oL}}{V_{+H} - V_{oL}} \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad T_H &= \tau \ln \frac{V_{+H} - V_{oL}}{V_{+L} - V_{oL}} = \tau \ln \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R + V_{oH}}{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{oH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_R + V_{oH}} = \\ &= \tau \ln \frac{R_2 V_{oH} + R_1 V_R + R_1 V_{oH} + R_2 V_{oH}}{-R_2 V_{oH} + R_1 V_R + R_1 V_{oH} + R_2 V_{oH}} = \tau \ln \frac{2R_2 V_{oH} + R_1 V_{oH} + R_1 V_R}{R_1 V_{oH} + R_1 V_R} = \\ &= \tau \ln \frac{R_1 (V_{oH} + V_R) + 2R_2 V_{oH}}{R_1 (V_{oH} + V_R)} = \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right] \end{aligned}$$

Confrontando i due semiperiodo, si evince che un aumento di V_R causa un aumento di T_H e una diminuzione di T_L . Poiché T_H e T_L dipendono dalle variazioni del logaritmo, piccole variazioni di V_R lasciano il periodo praticamente invariato.

$$T = T_H + T_L = \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right] + \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right] =$$

$$= \tau \ln \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right) \right].$$

Il duty cycle è

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{\ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right)}{\ln \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right) \right]}$$

Poiché $V_{oH} - V_R$ compare al denominatore di una frazione, deve risultare $V_{oH} - V_R \neq 0 \Rightarrow V_R \neq V_{oH}$.

Per l'esistenza del periodo, poiché T_H e T_L sono quantità comunque positive e $\tau = RC$ è positivo, devono risultare, contemporaneamente, positivi i logaritmi:

$$\begin{cases} \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right] > 0 \\ \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right] > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} > 1 \\ 1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} > 0 \\ \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{oH} - V_R > 0 \\ V_{oH} + V_R > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_R < V_{oH} \\ V_R > -V_{oH} \end{cases} \Rightarrow -V_{oH} < V_R < V_{oH}$$

La tensione V_R deve essere limitata all'intervallo $-V_{oH} < V_R < V_{oH}$.

- Se $V_R \rightarrow -V_{oH} \Rightarrow T_H \rightarrow \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \right]$; $T_L \rightarrow \infty$; $D \rightarrow 0$

- Se $V_R \rightarrow V_{oH} \Rightarrow T_H \rightarrow \infty$; $T_L \rightarrow \tau \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \right]$; $D \rightarrow 1$

Si possono ottenere, teoricamente, valori del duty-cycle compresi tra 0 e 1: $0 < D < 1$.

Volendo ottenere variazioni del duty-cycle dal 5% al 95%, ossia $0,05 < D < 0,95$, deve risultare:

Per $V_R = V_{RMAX} \Rightarrow D = 0,95$:
$$\frac{\ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}} \right)}{\ln \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}} \right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMAX}} \right) \right]} = 0,95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right) = \ln\left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right)\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)\right]^{0,95} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right) = \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right)\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)\right]^{0,95} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right)^{0,05} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)^{0,95}$$

Per $V_R = V_{RMIN} \Rightarrow D = 0,05$: $\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^{0,95} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)^{0,05}$

Al variare di V_R tra V_{RMIN} e V_{RMAX} , si ottengono tutti i valori del duty-cycle compresi tra il 5% e il 95%. La risoluzione di tali equazioni si ottiene con un metodo di approssimazione, una volta fissati

i valori di R_1 , R_2 , V_{oH} . Ad esempio, si fissa $\frac{R_2}{R_1} = 1$, con $-V_{oH} < V_R < V_{oH}$.

$$D = 95\% \text{ e } V_R = V_{RMIN} \quad \left(1 + \frac{2V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^{0,05} = \left(1 + \frac{2V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)^{0,95} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3V_{oH} - V_{RMIN}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^{0,05} = \left(\frac{3V_{oH} + V_{RMIN}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)^{0,95}$$

Si risolve col metodo delle approssimazioni successive.

V_{RMAX}	$\left(\frac{3V_{oH} - V_{RMAX}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right)^{0,05}$	$\left(\frac{3V_{oH} + V_{RMAX}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)^{0,95}$
$0,99V_{oH}$	1,30364	1,93648
$0,999V_{oH}$	1,462387	1,93233
$0,9999V_{oH}$	1,640788	1,931918
$0,99999V_{oH}$	1,84099	1,931877
$0,999999V_{oH}$	2,065625	1,931873
$0,999997V_{oH}$	1,955219	1,931873
$0,999995V_{oH}$	1,90591	1,931873
$0,999996V_{oH}$	1,957296	1,931873
$0,9999965V_{oH}$	1,940207	1,931873
$0,9999962V_{oH}$	1,932245	1,931874
$0,9999961V_{oH}$	1,92973	1,931874
$0,99999615V_{oH}$	1,93098	1,931874
$0,99999617V_{oH}$	1,931486	1,931874
$0,99999618V_{oH}$	1,931738	1,931874
$0,999996185V_{oH}$	1,931865	1,931874

Il valore di V_{RMAX} è, approssimativamente, $0,9999618V_{oH} \approx V_{oH}$.

Il valore di V_{RMIN} è, approssimativamente, $-0,9999618V_{oH} \approx V_{oH}$, in quanto cambia solo il segno di V_R e si scambiano gli argomenti. Riassumendo:

$$V_{RMAX} = 0,9999618V_{oH} \approx V_{oH} \quad ; \quad V_{RMIN} = -0,9999618V_{oH} \approx -V_{oH}$$

Nel caso si vuole una variazione del duty-cycle tra il 20% e il 90%, deve risultare:

$$\text{Per } V_R = V_{RMIN} \Rightarrow D = 0,20: \frac{\ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)}{\ln\left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)\right]} = 0,20 = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^5 = \ln\left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^5 = \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^4 = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right)$$

$$\text{Per } V_R = V_{RMAX} \Rightarrow D = 0,80: \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right) = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)^4$$

$$\text{Con } \frac{R_2}{R_1} = 1, \text{ si ha: } \left(\frac{3V_{oH} - V_{RMIN}}{V_{oH} - V_{RMIN}}\right)^4 = \left(\frac{3V_{oH} + V_{RMIN}}{V_{oH} + V_{RMIN}}\right) \quad D = 20\%$$

$$\left(\frac{3V_{oH} - V_{RMAX}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right) = \left(\frac{3V_{oH} + V_{RMAX}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)^4 \quad D = 80\%$$

Si risolve col metodo delle approssimazioni successive.

V_{RMAX}	$\left(\frac{3V_{oH} - V_{RMAX}}{V_{oH} - V_{RMAX}}\right)$	$\left(\frac{3V_{oH} + V_{RMAX}}{V_{oH} + V_{RMAX}}\right)^4$
$0,8V_{oH}$	11	19,8629
$0,9V_{oH}$	21	17,75
$0,85V_{oH}$	14,333	18,7566
$0,87V_{oH}$	16,3846	18,75668
$0,88V_{oH}$	17,6666	18,1424
$0,8837V_{oH}$	18,094017	18,082908
$0,8825V_{oH}$	18,021276	18,09285
$0,8827V_{oH}$	18,050298	18,088845
$0,8828V_{oH}$	18,064846	18,086866
$0,8829V_{oH}$	18,079419	18,084887

Il valore di V_{RMAX} è, approssimativamente, $0,8829V_{oH}$.

Il valore di V_{RMIN} è, approssimativamente, $-0,8829V_{oH}$, in quanto cambia solo il segno di V_R e si scambiano gli argomenti. Riassumendo:

$$V_{RMAX} = 0,8829V_{oH} \quad ; \quad V_{RMIN} = -0,8829V_{oH}$$

Se $V_{oH} = 10V$, si ha : $V_{RMAX} = 0,883V$; $V_{RMIN} = -0,883V$

Le due quantità $\frac{3V_{oH} - V_R}{V_{oH} - V_R}$ e $\frac{3V_{oH} + V_R}{V_{oH} + V_R}$ hanno variazioni diverse al variare di V_R .

$$\begin{aligned} - \text{ Se } V_R \rightarrow V_{oH} &\Rightarrow \frac{3V_{oH} - V_R}{V_{oH} - V_R} \rightarrow \infty \Rightarrow T_H \rightarrow \infty \\ &\frac{3V_{oH} + V_R}{V_{oH} + V_R} \rightarrow 2V_{oH} \Rightarrow T_L \rightarrow \tau \ln[2V_{oH}] \quad \text{valore finito} \quad ; \quad D \rightarrow 1 \\ - \text{ Se } V_R \rightarrow -V_{oH} &\Rightarrow \frac{3V_{oH} - V_R}{V_{oH} - V_R} \rightarrow 2V_{oH} \Rightarrow T_H \rightarrow \tau \ln[2V_{oH}] \quad \text{valore finito} \\ &\frac{3V_{oH} + V_R}{V_{oH} + V_R} \rightarrow \infty \Rightarrow T_L \rightarrow \infty \quad ; \quad D \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Quando la tensione V_R si approssima ai valori V_{oH} e $-V_{oH}$, le variazioni di T_H e di T_L non si compensano, con conseguente variazione del periodo T rispetto al valore assunto in corrispondenza di $V_R = 0$.

Quando V_R acquista valori vicini a V_{oH} , l'aumento di T_H non viene compensato da una equivalente diminuzione di T_L , che tende ad assumere un valore costante, con conseguente aumento del periodo T e diminuzione della frequenza.

Quando V_R acquista valori vicini a $-V_{oH}$, T_H tende a rimanere costante e T_L aumenta, con conseguente aumento del periodo T e diminuzione della frequenza.

La variazione del duty-cycle in funzione di V_R non è lineare; infatti, dipende dal denominatore di una frazione e da una funzione logaritmica.

Criteri di progetto

Si fissa il valore della frequenza, e quindi del periodo, e il campo di variazione del duty-cycle.

Considerando $V_R = 0$, si fissa un valore arbitrario k per il rapporto R_2/R_1 , si dà un valore ad R_1 e si calcola $R_2 = kR_1$.

Dai valori D_{MIN} e D_{MAX} fissati, se asimmetrici rispetto al valore 0,5, si calcolano i valori di V_{RMIN} e di V_{RMAX} (in questo caso diversi in valore assoluto) con metodi di risoluzione approssimati. Se i valori D_{MIN} e D_{MAX} fissati sono simmetrici rispetto al valore 0,5, si calcola solo il valore V_{RMAX} , essendo $V_{RMIN} = -V_{RMAX}$. Dal periodo, con $V_R = 0$, si calcola il prodotto RC :

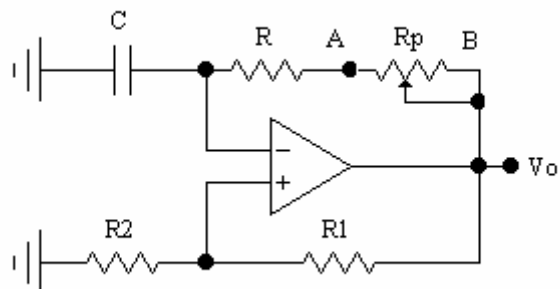
$$T = \tau \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) = RC \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \Rightarrow RC = \frac{T}{\ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)}$$

Si fissa il valore di C e si calcola $R = \frac{T}{C \ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)}$

PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORI OPERAZINALI A FREQUENZA VARIABILE

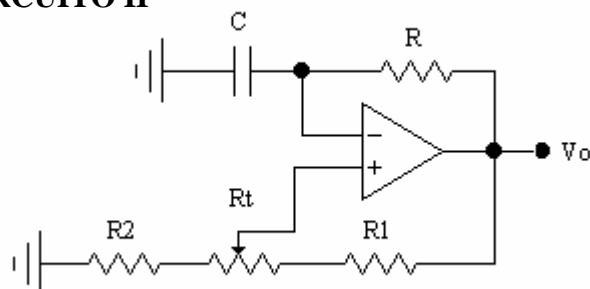
CIRCUITI VERIFICATI

CIRCUITO I



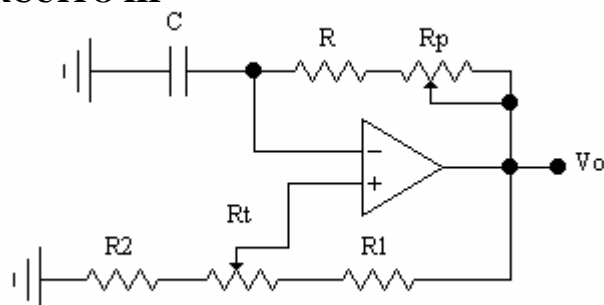
Ampio intervallo di regolazione

CIRCUITO II



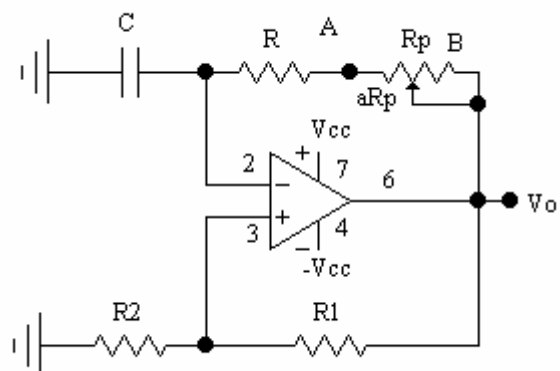
Piccolo intervallo di regolazione

CIRCUITO III



Regolazione grossolana (Rp) e fine (Rt)

CIRCUITO I – AMPIO INTERVALLO DI REGOLAZIONE



Si fissa il campo di variazione della frequenza da 1kHz a 10kHz.

I periodi T_{MIN} e T_{MAX} sono:

$$T_{MIN} = \frac{1}{f_{MAX}} = \frac{1}{10 \cdot 10^3} = 0,1ms$$

$$T_{MAX} = \frac{1}{f_{MIN}} = \frac{1}{1 \cdot 10^3} = 1ms$$

Si fissa il valore del rapporto $\frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_1 = R_2 = 150k\Omega$, e si calcola la costante di tempo

$\tau = RC$ da T_{MIN} :

$$T_{MIN} = 2RC \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow RC = \frac{T_{MIN}}{2 \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{2 \ln 3} = 45,51 \mu s.$$

Si fissa $C = 4,7nF$ e si calcola $R = \frac{45,51 \cdot 10^{-6}}{4,7 \cdot 10^{-9}} = 9,68k\Omega$, valore commerciale $10k\Omega$.

Si calcola R_P da T_{MAX} : $T_{MAX} = 2(R + R_P)C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow R_P = \frac{T_{MAX}}{2C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)} - R = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 3} - 10 \cdot 10^3 = 86,83k\Omega, \text{ valore commerciale } 100k\Omega.$$

Si può usare, disponendone, un potenziometro 10 giri per una regolazione ottimale e sensibile della frequenza. Come amplificatore operazionale si utilizza il TL081.

Riassumendo: $C = 4,7nF$; $R = 10k\Omega$; $R_P = 100k\Omega$; $R_1 = R_2 = 150k\Omega$; $IC = TL081$.

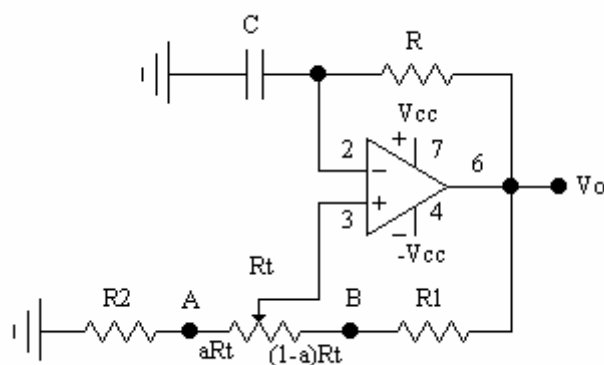
Con tali valori si ha:

$$T_{MIN} = 2RC \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right) = 2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + \frac{150 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3}\right) = 0,103ms$$

$$T_{MAX} = 2(R + R_P)C \ln\left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right) = 2 \cdot (10 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + \frac{150 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3}\right) = 1,136ms$$

$$f_{MIN} = \frac{1}{T_{MAX}} = \frac{1}{1,136 \cdot 10^{-3}} = 0,88kHz \quad : \quad f_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}} = \frac{1}{0,103 \cdot 10^{-3}} = 9,68kHz$$

CIRCUITO II – PICCOLO INTERVALLO DI REGOLAZIONE



Si fissa il campo di variazione della frequenza da $0,5kHz$ a $1kHz$.

I periodi T_{MIN} e T_{MAX} sono:

$$T_{MIN} = \frac{1}{f_{MAX}} = \frac{1}{1 \cdot 10^3} = 1ms$$

$$T_{MAX} = \frac{1}{f_{MIN}} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^3} = 2ms$$

Si fissa il valore del rapporto $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_T + R_1$.

Da T_{MIN} si calcola il prodotto RC:

$$T_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2RC \ln 3 \Rightarrow RC = \frac{T_{MIN}}{2 \ln 3} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \ln 3} = 0,455 \text{ms}.$$

Si fissa $C = 39 \text{nF}$ e si calcola $R = \frac{0,455 \cdot 10^{-3}}{C} = \frac{0,455 \cdot 10^{-3}}{39 \cdot 10^{-9}} = 11,7 \text{k}\Omega$, valore commerciale $12 \text{k}\Omega$.

Da T_{MAX} , sostituendo al posto di R_2 l'espressione $R_T + R_1$, si esplicita R_1 in funzione di R_T :

$$T_{MAX} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln \left(3 + 4 \frac{R_T}{R_1} \right) \Rightarrow R_1 = \frac{4R_T}{e^{\frac{T_{MAX}}{2RC}} - 3}.$$

Si fissa il valore di $R_T = 100 \text{k}\Omega$ e si calcola $R_1 = \frac{4R_T}{e^{\frac{T_{MAX}}{2RC}} - 3} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 10^3}{e^{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 39 \cdot 10^{-9}}} - 3} = 73,1 \text{k}\Omega$

valore commerciale $82 \text{k}\Omega$.

Si calcola $R_2 = R_T + R_1 = 100 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3 = 182 \text{k}\Omega$, valore commerciale $180 \text{k}\Omega$.

Riassumendo: $C = 39 \text{nF}$; $R = 12 \text{k}\Omega$; $R_T = 100 \text{k}\Omega$; $R_1 = 82 \text{k}\Omega$; $R_2 = 180 \text{k}$; IC = TL081.

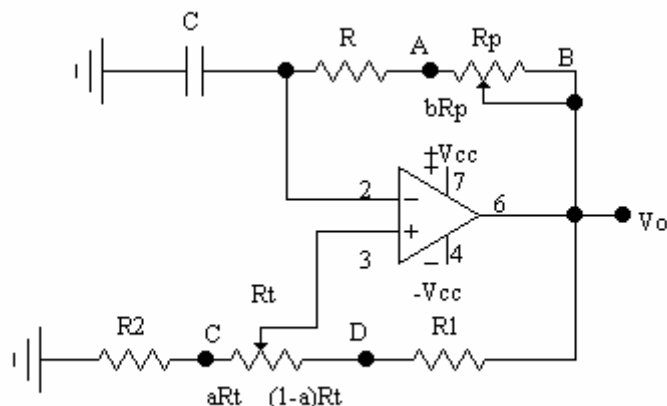
Con tali valori si ha:

$$T_{MIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 39 \cdot 10^{-9} \cdot \ln \left(1 + \frac{180 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} \right) = 1,021 \text{ms}$$

$$T_{MAX} = 2(R + R_P)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) = 2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 39 \cdot 10^{-9} \cdot \ln \left(1 + \frac{100 \cdot 10^3 + 180 \cdot 10^3}{82 \cdot 10^3} \right) = 1,926 \text{ms}$$

$$f_{MIN} = \frac{1}{T_{MAX}} = \frac{1}{1,926 \cdot 10^{-3}} = 0,519 \text{kHz} \quad ; \quad f_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}} = \frac{1}{1,021 \cdot 10^{-3}} = 0,98 \text{kHz}$$

CIRCUITO III – REGOLAZIONE GROSSOLANA E FINE DELLA FREQUENZA



Si fissano $f_{\text{MIN}} = 1\text{kHz}$ e $f_{\text{MAX}} = 10\text{kHz}$; e una variazione percentuale relativa del 20% distribuita come intorno di f_{MIN} e f_{MAX} .

$$\Delta f_{\text{MIN}} = 20\% f_{\text{MIN}} = \frac{20}{100} \cdot 1 \cdot 10^3 = 0,2\text{kHz} = 200\text{Hz} \quad \Rightarrow \quad f_{\text{IMIN}} = \frac{\Delta f_{\text{MIN}}}{2} = 0,1\text{kHz} = 100\text{Hz}$$

$$\Delta f_{\text{MAX}} = 20\% f_{\text{MAX}} = \frac{20}{100} \cdot 10 \cdot 10^3 = 2\text{kHz} \quad \Rightarrow \quad f_{\text{IMAX}} = \frac{\Delta f_{\text{MAX}}}{2} = 1\text{kHz}$$

Il campo di variazione della frequenza è:

$$f_{\text{MIN}} \pm f_{\text{IMIN}} \div f_{\text{MAX}} \pm f_{\text{IMAX}} \quad \Rightarrow \quad 1\text{kHz} \pm 0,1\text{kHz} \div 10\text{kHz} \pm 1\text{kHz}.$$

Per il periodo si ha: $T_{\text{MIN}} = \frac{1}{f_{\text{MAX}}} = \frac{1}{10 \cdot 10^3} = 0,1\text{ms}$; $T_{\text{MAX}} = \frac{1}{f_{\text{MIN}}} = \frac{1}{1 \cdot 10^3} = 1\text{ms}$

$$T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}} = \frac{1}{f_{\text{MAX}} + f_{\text{IMAX}}} = \frac{1}{10 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3} = 0,091\text{ms}$$

$$T_{\text{IMIN}} = T_{\text{MIN}} - 0,091 \cdot 10^{-3} = 0,1 \cdot 10^{-3} - 0,091 \cdot 10^{-3} = 0,009\text{ms}$$

$$T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} = \frac{1}{f_{\text{MAX}} - f_{\text{IMAX}}} = \frac{1}{10 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3} = 0,11\text{ms}$$

$$T_{\text{IMIN}} = 0,11 \cdot 10^{-3} - T_{\text{MIN}} = 0,11 \cdot 10^{-3} - 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,01\text{ms}$$

Per T_{IMIN} possiamo assumere, senza commettere sensibili approssimazioni, il valore di 0,01ms.

$$T_{\text{MAX}} + T_{\text{IMAX}} = \frac{1}{f_{\text{MIN}} - f_{\text{IMIN}}} = \frac{1}{1 \cdot 10^3 - 0,1 \cdot 10^3} = 1,1\text{ms}$$

$$T_{\text{IMAX}} = 1,11 \cdot 10^{-3} - T_{\text{MAX}} = 1,11 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3} = 0,11\text{ms}$$

$$T_{MAX} - T_{IMAX} = \frac{1}{f_{MIN} + f_{IMIN}} = \frac{1}{1 \cdot 10^3 + 0,1 \cdot 10^3} = 0,91ms$$

$$T_{IMAX} = T_{MAX} - 0,91 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-3} - 0,91 \cdot 10^{-3} = 0,09ms$$

Per T_{IMAX} possiamo assumere, senza commettere sensibili approssimazioni, il valore di 0,1ms.

Nel caso generale il periodo è: $T = 2(R + bR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{aR_T + R_2}{(1-a)R_T + R_1} \right)$ con $0 \leq a, b \leq 1$.

Le variazioni del periodo T compresi tra T_{MIN} e T_{MAX} si ottengono al variare di b tra 0 e 1:

$$0 \leq b \leq 1 \Rightarrow T_{MIN} \leq T \leq T_{MAX}$$

Le variazioni $2T_{IMIN}$ e $2T_{IMAX}$, ossia la variazione percentuale ΔT , si ottengono al variare di a tra 0 e 1.

Valori dei periodi negli estremi

– Cursori in A ($b = 0$) e C ($a = 0$): $T_{MIN} - T_{IMIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$
valore minimo minore

– Cursori in A ($b = 0$) e D ($a = 1$): $T_{MIN} + T_{IMIN} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$
valore minimo maggiore

– Cursori in B ($b = 1$) e C ($a = 0$): $T_{MAX} - T_{IMAX} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$
valore massimo minore

– Cursori in B ($b = 1$) e D ($a = 1$): $T_{MAX} + T_{IMAX} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right)$
valore massimo maggiore

Calcolo di R; R_p; C

Si pone $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_T + R_1$, e si dimensionano R_p e R dal rapporto membro a

membro di $T_{MAX} - T_{IMAX}$ e $T_{MIN} - T_{IMIN}$:

$$R = \frac{1}{\frac{T_{MAX} - T_{IMAX}}{T_{MIN} - T_{IMIN}} - 1} \cdot R_p = \frac{1}{\frac{1 \cdot 10^{-3} - 0,1 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-3} - 0,01 \cdot 10^{-3}} - 1} \cdot R_p = 0,111R_p$$

Si fissa $R_P = 100\text{k}\Omega$ e si calcola $R = 0,111R_P = 0,111 \cdot 100 \cdot 10^3 = 11,1\text{k}\Omega$, valore commerciale $12\text{k}\Omega$.

Da $T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}$ si calcola C: $T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2RC \ln 3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C = \frac{T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}}{2R \ln 3} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} - 0,01 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot \ln 3} = 3,41\text{nF}, \quad \text{valore commerciale } 3,3\text{nF}.$$

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_T

Dal rapporto membro a membro di $T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}}$ e $T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}$, con $R_2 = R_T + R_1$, si esplicita R_1 in funzione di R_T :

$$R_1 = \frac{4R_T}{\frac{T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}}}{e^{T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}}} \ln 3 - 3} = \frac{4R_T}{\frac{0,1 \cdot 10^{-3} + 0,01 \cdot 10^{-3}}{e^{0,1 \cdot 10^{-3} - 0,01 \cdot 10^{-3}}} \ln 3 - 3} = 4,82R_T$$

Si fissa $R_T = 10\text{k}\Omega$ e si calcolano R_1 e R_2 :

$$R_1 = 4,82 \cdot R_T = 4,82 \cdot 10 \cdot 10^3 = 48,2\text{k}\Omega, \quad \text{valore commerciale } 47\text{k}\Omega.$$

$$R_2 = R_T + R_1 = 10 \cdot 10^3 + 48,2 \cdot 10^3 = 58,2\text{k}\Omega, \quad \text{valore commerciale } 56\text{k}\Omega.$$

Riassumendo: $C = 3,3\text{nF}$; $R = 12\text{k}\Omega$; $R_P = 100\text{k}\Omega$; $R_T = 10\text{k}\Omega$; $R_1 = 47\text{k}\Omega$; $R_2 = 56\text{k}\Omega$; IC = TL081.

Con tali valori si ha:

$$T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = 2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot \frac{56 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 47 \cdot 10^3} \right) = 0,086\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} + f_{\text{IMAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}} = \frac{1}{0,086 \cdot 10^{-3}} = 11,62\text{kHz} \quad \text{cursori in A ed C}$$

$$T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) = 2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 56 \cdot 10^3}{47 \cdot 10^3} \right) = 0,106\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} - f_{\text{IMAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}}} = \frac{1}{0,106 \cdot 10^{-3}} = 9,44\text{kHz} \quad \text{cursori in A ed D}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{MAX}} - T_{\text{IMAX}} &= 2(R + R_P)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) = \\ &= 2 \cdot (12 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3) \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot \frac{56 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 47 \cdot 10^3} \right) = 0,803\text{ms} \end{aligned}$$

$$f_{\text{MIN}} + f_{\text{IMIN}} = \frac{1}{T_{\text{MAX}} - T_{\text{IMAX}}} = \frac{1}{0,803 \cdot 10^{-3}} = 1,2\text{kHz} \quad \text{cursori in B ed C}$$

$$T_{\text{MAX}} + T_{\text{IMAX}} = 2(R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_2}{R_1} \right) =$$

$$= 2 \cdot (12 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3) \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 56 \cdot 10^3}{47 \cdot 10^3} \right) = 0,988\text{ms}$$

$$f_{\text{MIN}} - f_{\text{IMIN}} = \frac{1}{T_{\text{MAX}} + T_{\text{IMAX}}} = \frac{1}{0,988 \cdot 10^{-3}} = 1,01\text{kHz} \quad \text{cursori in B ed D}$$

$$T_{\text{MIN}} = \frac{T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} + T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}}{2} = \frac{0,086 \cdot 10^{-3} + 0,106 \cdot 10^{-3}}{2} = 0,096\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}}} = \frac{1}{0,096 \cdot 10^{-3}} = 10,42\text{kHz}$$

$$T_{\text{MAX}} = \frac{T_{\text{MAX}} + T_{\text{IMAX}} + T_{\text{MAX}} - T_{\text{IMAX}}}{2} = \frac{0,803 \cdot 10^{-9} + 0,988 \cdot 10^{-9}}{2} = 0,8955\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}}} = \frac{1}{0,8955 \cdot 10^{-3}} = 1,12\text{kHz}$$

$$\Delta T_{\text{MIN}} = T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} - (T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}) = 0,086 \cdot 10^{-3} - 0,106 \cdot 10^{-3} =$$

Procedimento della verifica

Circuito I

1. Si alimenta il circuito e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6).
2. Della forma d'onda quadra visualizzata si misurano le ampiezze V_{OH} e V_{OL} .
3. Si porta il cursore nella posizione A, si misura il periodo e si calcola la frequenza. Stessa cosa col cursore nella posizione B.
4. Si riportano i valori in una tabella riassuntiva.

Circuito II

5. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito III

6. Si ripetono i punti 1 e 2.
7. Si porta il cursore di R_p nella posizione A, il cursore di R_T in C (minimo periodo) e si misura il periodo $T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}}$. Si porta il cursore di R_T in D e si misura il periodo $T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}}$. Si calcolano le frequenze.
8. Si ripete il punto 4.
9. Si porta il cursore di R_p nella posizione B e si ripete il punto 7, misurando però $T_{\text{MAX}} - T_{\text{IMAX}}$ e $T_{\text{MAX}} + T_{\text{IMAX}}$.

10. Si ripete il punto 4.

11. Si tabulano i dati e si verifica il funzionamento del circuito.

Circuito I

Cursore in	Valori misurati							Valori calcolati	
	kΩ	Volt/div	Base tempi	Volt		ms	kHz	ms	kHz
	R _P			V _{oH}	V _{oH}	T	f	T	f
A (a = 0)	0	5	20μs/div	+11	-11	0,092	10,87	0,103	9,68
B (a = 1)	100	5	0,2ms/div	+11	-11	1	1	1,136	0,88
Riassumendo		T = 0,092ms ÷ 1ms				f = 1kHz ÷ 10,86kHz			

Circuito II

Cursore in	kΩ		Valori misurati						Valori calcolati	
	R ₁ +(1-a)R _T	R ₂ +aR _T	Volt/div	Base tempi	Volt		ms	kHz	ms	kHz
					V _{oH}	V _{oH}	T	f	T	f
A (a = 0)	182	180	5	0,2ms/div	+11	-11	1,04	0,961	1,021	0,98
B (a = 1)	82	280	5	0,5ms/div	+11	-11	2	0,5	1,926	0,519
Riassumendo		T = 1,04ms ÷ 2ms				f = 0,5kHz ÷ 0,961kHz				

Circuito III

Valori misurati									
Cursori in	kΩ			Volt/div	Base tempi	Volt		ms	kHz
	R _T	R ₁ +(1-a)R _T	R ₂ +aR _T			V _{oH}	V _{oH}	T	f
A (b = 0) C (a = 0)	0	57	56	5	20μs/div	+11	-11	T _{MIN} - T _{IMIN} 0,080	f _{MAX} + f _{IMAX} 12,5
A (b = 0) D (a = 1)	0	47	66	5	20μs/div	+11	-11	T _{MIN} + T _{IMIN} 0,10	f _{MAX} - f _{IMAX} 10
B (b = 1) C (a = 0)	100	57	56	5	0,2ms/div	+11	-11	T _{MAX} - T _{IMAX} 0,76	f _{MIN} + f _{IMIN} 1,32
B (b = 1) D (a = 1)	100	47	66	5	0,2ms/div	+11	-11	T _{MAX} + T _{IMAX} 0,94	f _{MIN} - f _{IMIN} 1,064
Riassumendo		T = 90μs ± 10μs ÷ 0,85ms ± 90μs				f = 1,192kHz ± 0,128kHz ÷ 11,25kHz ± 1,25kHz			

$$\frac{\Delta T_{\text{MIN}}}{2} = \frac{T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} - (T_{\text{MIN}} - T_{\text{IMIN}})}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} - 80 \cdot 10^{-6}}{2} = 10\mu\text{s}$$

$$T_{\text{MIN}} = T_{\text{MIN}} + T_{\text{IMIN}} - \frac{\Delta T_{\text{MIN}}}{2} = 100 \cdot 10^{-6} - 10 \cdot 10^{-6} = 90\mu\text{s}$$

$$\frac{\Delta f_{\text{MAX}}}{2} = \frac{f_{\text{MAX}} + f_{\text{IMAX}} - (f_{\text{MAX}} - f_{\text{IMAX}})}{2} = \frac{12,5 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3}{2} = 1,25\text{kHz}$$

$$f_{MAX} = f_{MAX} + f_{IMAX} - \frac{\Delta f_{MAX}}{2} = 12,5 \cdot 10^3 - 1,25 \cdot 10^3 = 11,25 \text{kHz}$$

$$\frac{\Delta T_{MAX}}{2} = \frac{T_{MAX} + T_{IMAX} - (T_{MAX} - T_{IMAX})}{2} = \frac{0,94 \cdot 10^{-3} - 0,76 \cdot 10^{-3}}{2} = 0,09 \text{ms} = 90 \mu\text{s}$$

$$T_{MAX} = T_{MAX} + T_{IMAX} - \frac{\Delta T_{MAX}}{2} = 0,94 \cdot 10^{-3} - 0,09 \cdot 10^{-3} = 0,85 \text{ms}$$

$$\frac{\Delta f_{MIN}}{2} = \frac{f_{MIN} + f_{IMIN} - (f_{MIN} - f_{IMIN})}{2} = \frac{1,32 \cdot 10^3 - 1,064 \cdot 10^3}{2} = 0,128 \text{kHz}$$

$$f_{MIN} = f_{MIN} + f_{IMIN} - \frac{\Delta f_{MIN}}{2} = 1,32 \cdot 10^3 - 0,128 \cdot 10^3 = 1,192 \text{kHz}$$

$$\text{Variazione percentuale a } f_{MIN} = \frac{\Delta f_{MIN}}{f_{MIN}} \cdot 100 = \frac{0,256 \cdot 10^3}{1,192 \cdot 10^3} \cdot 100 = 21,48\%$$

$$\text{Variazione percentuale a } f_{MAX} = \frac{\Delta f_{MAX}}{f_{MAX}} \cdot 100 = \frac{2,5 \cdot 10^3}{11,25 \cdot 10^3} \cdot 100 = 22,22\%$$

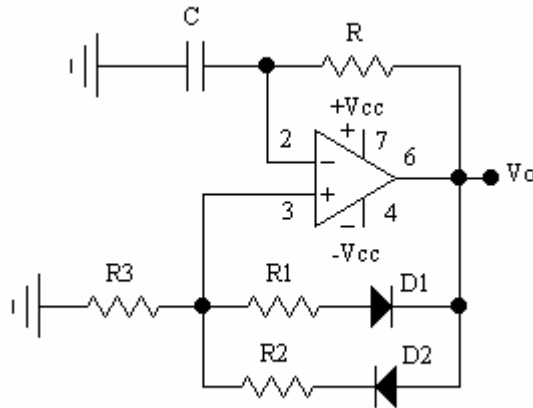
Valori calcolati									
Cursori in	kΩ			Volt/ div	Base tempi	Volt		ms T	kHz f
	R _T	R ₁ +(1-a)R _T	R ₂ +aR _T			V _{oH}	V _{oL}		
A (b = 0) C (a = 0)	0	57	56	5	20μs/div	+11	-11	T _{MIN} - T _{1MIN} 0,086	f _{MAX} + f _{1MAX} 11,62
A (b = 0) D (a = 1)	0	47	66	5	20μs/div	+11	-11	T _{MIN} + T _{1MIN} 0,106	f _{MAX} - f _{1MAX} 9,44
B (b = 1) C (a = 0)	100	57	56	5	0,2ms/div	+11	-11	T _{MAX} - T _{1MAX} 0,803	f _{MIN} + f _{1MIN} 1,2
B (b = 1) D (a = 1)	100	47	66	5	0,2ms/div	+11	-11	T _{MAX} + T _{1MAX} 0,988	f _{MIN} - f _{1MIN} 1,01
Riassumendo	T = 96μs ± 10μs ÷ 0,8955ms ± 92,5μs					f = 1,12kHz ± 0,095kHz ÷ 10,42kHz ± 1,09kHz			

L'onda quadra, con uguali semiperiodi (D = 0), presenta, alle alte frequenze, segni dei transistori di commutazione.

PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE CON DUTY CYCLE REGOLABILE

CIRCUITI VERIFICATI

CIRCUITO I



$$0,38 < D < 0,62$$

Richiami teorici

$$T_H = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right] \quad ; \quad T_L = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right]$$

$$T = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right] = RC \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_1} \right) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2} \right) \right]$$

$$D_H = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right]}{\ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right]} \quad ; \quad 0,38 < D < 0,62$$

Posto $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_2}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$, con $0 < \alpha, \beta < 1$, si ha:

$$T_H = RC \ln \frac{1+\beta}{1-\alpha} \quad ; \quad T_L = RC \ln \frac{1+\alpha}{1-\beta} \quad ; \quad T = RC \ln \left[\frac{1+\beta}{1-\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\beta} \right]$$

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \frac{1+\beta}{1-\alpha}}{\ln \left[\frac{1+\beta}{1-\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\beta} \right]} \quad ; \quad \alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} \quad ; \quad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5\text{ms}$ e $D = 0,4$.

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_3

Si calcolano i valori di α e β : $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_2} = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} = \frac{e+1-2e^{1-0,4}}{e-1} = 0,0431$

$$\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_1} = \frac{e+1-2e^D}{e-1} = \frac{e+1-2e^{0,4}}{e-1} = 0,4275$$

Mettendo a sistema le espressioni di α e β , si esplicitano R_1 ed R_2 in funzione di R_3 :

$$\begin{cases} \frac{R_2 + R_3}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow R_2 = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)R_3 = \left(\frac{1}{0,0431} - 1\right)R_3 = 22,2R_3 \\ \frac{R_1 + R_3}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow 1 + \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow R_1 = \left(\frac{1}{\beta} - 1\right)R_3 = \left(\frac{1}{0,4275} - 1\right)R_3 = 1,34R_3 \end{cases}$$

Si pone $R_3 = 6,8k\Omega$ e si calcolano R_1 ed R_2 :

$$R_1 = 1,34R_3 = 1,34 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 9,11k\Omega \text{ , valore commerciale } R_1 = 10k\Omega.$$

$$R_2 = 22,2R_3 = 22,2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 150,96k\Omega \text{ , valore commerciale } R_2 = 150k\Omega.$$

Calcolo di R e C

Dal periodo T si esplicita e si calcola il gruppo RC :

$$RC = \frac{T}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_1}\right) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2}\right) \right]} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}\right) \cdot \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3}\right) \right]} = 0,529ms$$

Si fissa $C = 47nF$ e si calcola R : $R = \frac{RC}{C} = \frac{0,529 \cdot 10^{-3}}{47 \cdot 10^{-9}} = 11,25k\Omega$, valore commerciale $R = 12k\Omega$.

Riassumendo: $C = 47nF$; $R = 12k\Omega$; $R_1 = 10k\Omega$; $R_2 = 150k\Omega$; $R_3 = 6,8k\Omega$; IC = TL081.

Con tali valori, si ha:

$$T = RC \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_1}\right) \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2}\right) \right] = 12 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3}\right) \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3}\right) \right] = 0,533ms$$

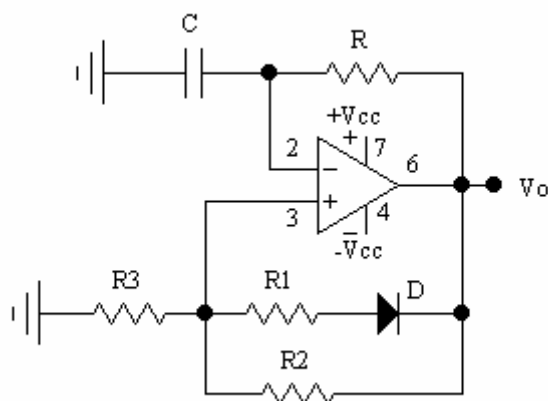
$$\begin{aligned} T_H &= RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right) = \\ &= 12 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) = 0,217ms \end{aligned}$$

$$T_L = RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right) =$$

$$= 12 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} \right) = 0,316 \text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,217 \cdot 10^{-3}}{0,533 \cdot 10^{-3}} = 0,407 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,533 \cdot 10^{-3}} = 1,875 \text{kHz}$$

CIRCUITO II ($T_H < T_L$)



$$T_H < T_L \quad ; \quad 0,38 < D < 0,5$$

Richiami teorici

Con $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_2}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_P}$; $0,38 < D < 0,5$; $\alpha < \beta$; $R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, si ha:

$$T_H = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_P}{R_P + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right] = RC \ln \frac{1+\beta}{1-\alpha} \quad ; \quad T_L = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_P + R_3}{R_P} \right] = RC \ln \frac{1+\alpha}{1-\beta}$$

$$T = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_P}{R_P} \cdot \frac{2R_3 + R_2}{R_2} \right] = RC \ln \left[\frac{1+\beta}{1-\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\beta} \right]$$

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \frac{1+\beta}{1-\alpha}}{\ln \left[\frac{1+\beta}{1-\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\beta} \right]} \quad ; \quad \alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} \quad ; \quad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5 \text{ms}$ e $D = 0,4$.

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_3

Si calcolano i valori di α e β : $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_2} = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} = \frac{e+1-2e^{1-0,4}}{e-1} = 0,0431$

$$\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_p} = \frac{e+1-2e^D}{e-1} = \frac{e+1-2e^{0,4}}{e-1} = 0,4275$$

Mettendo a sistema le espressioni di α e β , si esplicitano R_p ed R_2 in funzione di R_3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R_2 + R_3}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow R_2 = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) R_3 = \left(\frac{1}{0,0431} - 1 \right) R_3 = 22,2R_3 \\ \frac{R_p + R_3}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow 1 + \frac{R_p}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow R_p = \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) R_3 = \left(\frac{1}{0,4275} - 1 \right) R_3 = 1,34R_3 \end{array} \right.$$

Si pone $R_3 = 6,8k\Omega$ e si calcolano R_p , R_2 ed R_1 :

$$R_2 = 22,2R_3 = 22,2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 150,96k\Omega, \text{ valore commerciale } R_2 = 150k\Omega.$$

$$R_p = 1,34R_3 = 1,34 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 9,11k\Omega.$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 R_p}{R_2 - R_p} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 9,11 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3 - 9,11 \cdot 10^3} = 9,7k\Omega, \text{ valore commerciale } R_1 = 10k\Omega.$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3} = 9,375k\Omega$$

Calcolo di R e C

Dal periodo T si esplicita e si calcola il gruppo RC :

$$RC = \frac{T}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_p} \right) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2} \right) \right]} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) \cdot \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) \right]} = 0,5086ms$$

Si fissa $C = 47nF$ e si calcola R : $R = \frac{RC}{C} = \frac{0,5086 \cdot 10^{-3}}{47 \cdot 10^{-9}} = 10,82k\Omega, \text{ valore commerciale } R = 10k\Omega.$

Riassumendo: $C = 47nF$; $R = 10k\Omega$; $R_1 = 10k\Omega$; $R_2 = 150k\Omega$; $R_3 = 6,8k\Omega$; $IC = TL081.$

Con tali valori, si ha:

$$T = RC \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2} \right) \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_p} \right) \right] =$$

$$= 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) \right] = 0,462 \text{ms}$$

$$T_H = RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_p}{R_p + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \right) =$$

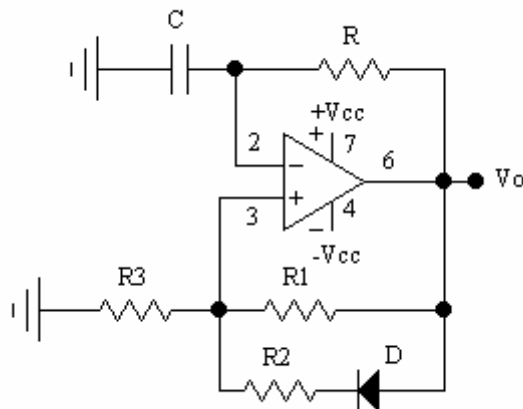
$$= 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 9,375 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) = 0,1857 \text{ms}$$

$$T_L = RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_p + R_3}{R_p} \right) =$$

$$= 12 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{9,375 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) = 0,276 \text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,1857 \cdot 10^{-3}}{0,462 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,462 \cdot 10^{-3}} = 2,16 \text{kHz}$$

CIRCUITO III ($T_H > T_L$)



$$T_H > T_L \quad ; \quad 0,5 < D < 0,62$$

Richiami teorici

Con $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_p}$ e $\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_1}$; $0,5 < D < 0,62$; $\alpha > \beta$; $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, si ha:

$$T_H = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_p}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_p + R_3}{R_p} \right] = RC \ln \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \quad ; \quad T_L = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_p}{R_p + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right] = RC \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \beta}$$

$$T = RC \ln \left[\frac{2R_3 + R_1}{R_1} \cdot \frac{2R_3 + R_p}{R_p} \right] = RC \ln \left[\frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \beta} \right]$$

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \frac{1+\beta}{1-\alpha}}{\ln \left[\frac{1+\beta}{1-\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\beta} \right]} ; \quad \alpha = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} ; \quad \beta = \frac{e+1-2e^D}{e-1}$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5\text{ms}$ e $D = 0,4$.

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_3

Si calcolano i valori di α e β : $\alpha = \frac{R_3}{R_3 + R_p} = \frac{e+1-2e^{1-D}}{e-1} = \frac{e+1-2e^{1-0,4}}{e-1} = 0,4275$

$$\beta = \frac{R_3}{R_3 + R_1} = \frac{e+1-2e^D}{e-1} = \frac{e+1-2e^{0,4}}{e-1} = 0,0431$$

Mettendo a sistema le espressioni di α e β , si esplicitano R_p ed R_2 in funzione di R_3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R_p + R_3}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow 1 + \frac{R_p}{R_3} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow R_p = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) R_3 = \left(\frac{1}{0,4275} - 1 \right) R_3 = 1,34 R_3 \\ \frac{R_1 + R_3}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow 1 + \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow R_1 = \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) R_3 = \left(\frac{1}{0,0431} - 1 \right) R_3 = 22,2 R_3 \end{array} \right.$$

Si pone $R_3 = 6,8\text{k}\Omega$ e si calcolano R_p , R_1 ed R_2 :

$$R_1 = 22,2 R_3 = 22,2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 150,96\text{k}\Omega, \text{ valore commerciale } R_1 = 150\text{k}\Omega.$$

$$R_p = 1,34 R_3 = 1,34 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 9,11\text{k}\Omega.$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_p}{R_1 - R_p} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 9,11 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3 - 9,11 \cdot 10^3} = 9,7\text{k}\Omega, \text{ valore commerciale } R_2 = 10\text{k}\Omega.$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3} = 9,375\text{k}\Omega$$

Calcolo di R e C

Dal periodo T si esplicita e si calcola il gruppo RC:

$$RC = \frac{T}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_p} \right) \cdot \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_2} \right) \right]} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) \cdot \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) \right]} = 0,5086\text{ms}$$

Si fissa $C = 47\eta\text{F}$ e si calcola R : $R = \frac{RC}{C} = \frac{0,5086 \cdot 10^{-3}}{47 \cdot 10^{-9}} = 10,82\text{k}\Omega$, valore commerciale $R=10\text{k}\Omega$.

Riassumendo: $C = 47\eta\text{F}$; $R = 10\text{k}\Omega$; $R_1 = 10\text{k}\Omega$; $R_2 = 150\text{k}\Omega$; $R_3 = 6,8\text{k}\Omega$; IC = TL081.

Con tali valori, si ha:

$$T = RC \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_3}{R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_3}{R_P} \right) \right] =$$

$$= 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left[\left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) \left(1 + 2 \frac{6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) \right] = 0,462\text{ms}$$

$$T_H = RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_1}{R_1 + R_3} \cdot \frac{R_P + R_3}{R_P} \right) =$$

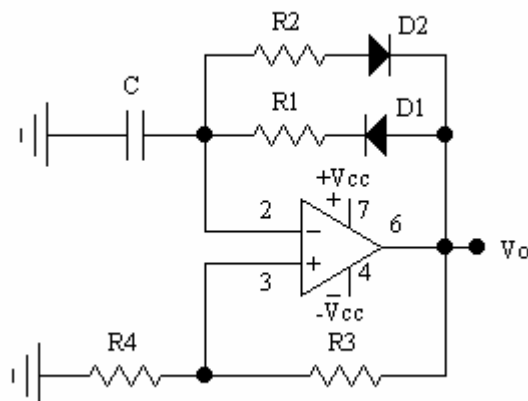
$$= 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{9,375 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3} \right) = 0,276\text{ms}$$

$$T_L = RC \ln \left(\frac{2R_3 + R_P}{R_P + R_3} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1} \right) =$$

$$= 12 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(\frac{2 \cdot 6,8 \cdot 10^3 + 9,375 \cdot 10^3}{9,375 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3} \cdot \frac{150 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^3} \right) = 0,1857\text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,276 \cdot 10^{-3}}{0,462 \cdot 10^{-3}} = 0,6 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,462 \cdot 10^{-3}} = 2,16\text{kHz}$$

CIRCUITO IV



$$0 < D < 1$$

Richiami teorici

$$T_H = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \quad ; \quad T_L = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right)$$

$$T = T_H + T_L = (R_1 + R_2)C \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right) \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5\text{ms}$ e $D = 0,2$.

Calcolo di R_1 e R_2

Dal duty-cycle di esplicita R_2 in funzione di R_1 :

$$D = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 5 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 4R_1$$

Si pone $R_1 = 8,2\text{k}\Omega$ e si calcola R_2 : $R_2 = 4R_1 = 4 \cdot 8,2 \cdot 10^3 = 32,8\text{k}\Omega$, valore commerciale $R_2 = 33\text{k}\Omega$.

Calcolo di R_3 ; R_4 ; C

Si fissa il rapporto $\frac{R_4}{R_3} = 6 \quad \Rightarrow \quad R_4 = 6R_3$.

Si pone $R_3 = 56\text{k}\Omega$ e si calcola R_4 : $R_4 = 6R_3 = 6 \cdot 56 \cdot 10^3 = 336\text{k}\Omega$, valore commerciale $R_4 = 330\text{k}\Omega$.

Dal periodo T si calcola C :

$$T = (R_1 + R_2)C \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{T}{(R_1 + R_2) \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right)} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{(8,2 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3) \ln\left(1 + 2\frac{330 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^3}\right)} = 4,76\text{nF}$$

valore commerciale $4,7\text{nF}$.

Riassumendo: $C = 4,7\text{nF}$; $R_1 = 8,2\text{k}\Omega$; $R_2 = 33\text{k}\Omega$; $R_3 = 56\text{k}\Omega$; $R_4 = 330\text{k}\Omega$; $IC = \text{TL081}$.

Con tali valori, si ha:

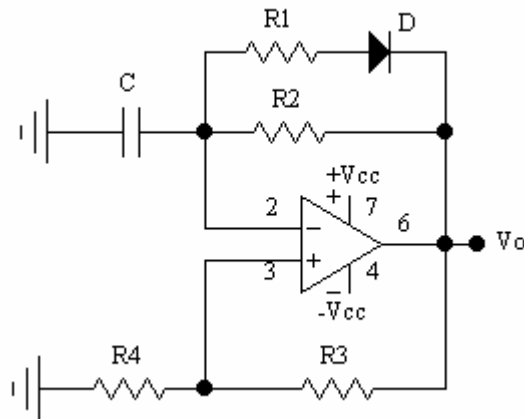
$$T = (R_1 + R_2)C \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right) = (8,2 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2\frac{330 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^3}\right) = 0,493\text{ms}$$

$$T_H = R_1 C \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right) = 8,2 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2\frac{330 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^3}\right) = 0,0982\text{ms}$$

$$T_L = R_2 C \ln\left(1 + 2\frac{R_4}{R_3}\right) = 33 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2\frac{330 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^3}\right) = 0,3948\text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,0982 \cdot 10^{-3}}{0,493 \cdot 10^{-3}} = 0,199 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,493 \cdot 10^{-3}} = 2,026 \text{kHz}$$

CIRCUITO V ($T_H > T_L$)



$$0,5 < D < 1$$

Richiami teorici

$$T_H = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \quad ; \quad T_L = R_p C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \quad ; \quad R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$T = (R_p + R_2) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3} \right) \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_2}{R_p + R_2} > 0,5$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5 \text{ms}$ e $D = 0,8$.

Calcolo di R_1 e R_2

Dal duty-cycle si esplicita R_p in funzione di R_2 :

$$D = \frac{R_2}{R_p + R_2} = 0,8 = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_p + R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_p}{R_2} = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad R_p = \left(\frac{5}{4} - 1 \right) R_2 = 0,25 R_2$$

Si pone $R_2 = 82 \text{k}\Omega$ e si calcola R_p : $R_p = 0,25 R_2 = 0,25 \cdot 82 \cdot 10^3 = 20,5 \text{k}\Omega$.

Dall'espressione di R_p si esplicita R_1 in funzione di R_p e lo si calcola.

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_2 R_p}{R_2 - R_p} = \frac{82 \cdot 10^3 \cdot 20,5 \cdot 10^3}{82 \cdot 10^3 - 20,5 \cdot 10^3} = 27,33 \text{k}\Omega,$$

valore commerciale $R_1 = 27 \text{k}\Omega$. Con tale valore, si ha:

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 82 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} = 20,31 \text{ k}\Omega$$

Calcolo di R₃; R₄; C

Si fissa C = 4,7 nF e dal periodo T si calcola il rapporto R₄/R₃:

$$T = (R_p + R_2) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \Rightarrow \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = \frac{T}{(R_p + R_2) C} \Rightarrow 1 + 2 \frac{R_4}{R_3} = e^{\frac{T}{(R_p + R_2) C}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_4}{R_3} = \frac{e^{\frac{T}{(R_p + R_2) C}} - 1}{2} = \frac{e^{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{(82 \cdot 10^3 + 20,31 \cdot 10^3) 4,7 \cdot 10^{-9}}} - 1}{2} = 0,9143$$

Si fissa R₃ = 100 kΩ e si calcola R₄: : R₄ = 0,9143 R₃ = 0,9143 · 100 · 10³ = 9143 kΩ, valore commerciale R₄ = 100 kΩ.

Riassumendo: C = 4,7 nF ; R₁ = 27 kΩ ; R₂ = 82 kΩ ; R₃ = 100 kΩ ; R₄ = 100 kΩ ; IC = TL081.

Con tali valori, si ha:

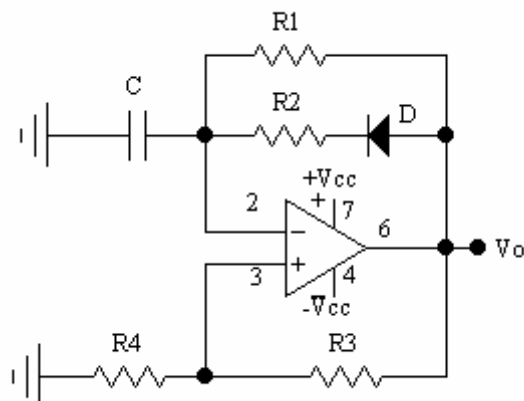
$$T = (R_p + R_2) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = (20,31 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,528 \text{ ms}$$

$$T_H = R_2 C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = 82 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,423 \text{ ms}$$

$$T_L = R_p C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = 20,31 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,105 \text{ ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,423 \cdot 10^{-3}}{0,528 \cdot 10^{-3}} = 0,8 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,528 \cdot 10^{-3}} = 1,89 \text{ kHz}$$

CIRCUITO VI (T_H < T_L)



$$0 < D < 0,5$$

Richiami teorici

$$T_H = R_P C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \quad ; \quad T_L = R_1 C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \quad ; \quad R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$T = (R_P + R_1) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_P}{R_1 + R_P} < 0,5$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 2kHz $\rightarrow T = 0,5\text{ms}$ e $D = 0,2$.

Calcolo di R_1 e R_2

Dal duty-cycle si esplicita R_P in funzione di R_1 :

$$D = \frac{R_P}{R_P + R_1} = 0,2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_P}} = \frac{1}{5} \Rightarrow 1 + \frac{R_1}{R_P} = 5 \Rightarrow R_P = \frac{1}{4} R_1 = 0,25 R_1$$

Si pone $R_1 = 82\text{k}\Omega$ e si calcola R_P : $R_P = 0,25 R_1 = 0,25 \cdot 82 \cdot 10^3 = 20,5\text{k}\Omega$.
Dall'espressione di R_P si esplicita R_2 in funzione di R_P e lo si calcola.

$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_P}{R_1 - R_P} = \frac{82 \cdot 10^3 \cdot 20,5 \cdot 10^3}{82 \cdot 10^3 - 20,5 \cdot 10^3} = 27,33\text{k}\Omega,$$

valore commerciale $R_1 = 27\text{k}\Omega$. Con tale valore, si ha:

$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 82 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} = 20,3\text{k}\Omega$$

Calcolo di R_3 ; R_4 ; C

Si fissa $C = 4,7\text{nF}$ e dal periodo T si calcola il rapporto R_4/R_3 :

$$T = (R_1 + R_P) C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) \Rightarrow \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = \frac{T}{(R_1 + R_P) C} \Rightarrow 1 + 2 \frac{R_4}{R_3} = e^{\frac{T}{(R_1 + R_P) C}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{R_4}{R_3} = \frac{e^{\frac{T}{(R_1 + R_P) C}} - 1}{2} = \frac{e^{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{(82 \cdot 10^3 + 20,31 \cdot 10^3) 4,7 \cdot 10^{-9}}} - 1}{2} = 0,9143$$

Si fissa $R_3 = 100\text{k}\Omega$ e si calcola R_4 : $R_4 = 0,9143 R_3 = 0,9143 \cdot 100 \cdot 10^3 = 9143\text{k}\Omega$, valore commerciale $R_4 = 100\text{k}\Omega$.

Riassumendo: $C = 4,7\text{nF}$; $R_1 = 27\text{k}\Omega$; $R_2 = 82\text{k}\Omega$; $R_3 = 100\text{k}\Omega$; $R_4 = 100\text{k}\Omega$; IC = TL081.

Con tali valori, si ha:

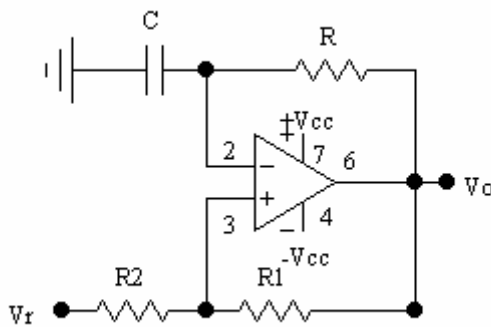
$$T = (R_1 + R_p)C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = (82 \cdot 10^3 + 20,31 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,528 \text{ms}$$

$$T_H = R_p C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = 20,31 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,105 \text{ms}$$

$$T_L = R_1 C \ln\left(1 + 2 \frac{R_4}{R_3}\right) = 82 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln\left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right) = 0,423 \text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,105 \cdot 10^{-3}}{0,528 \cdot 10^{-3}} = 0,2 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,528 \cdot 10^{-3}} = 1,89 \text{kHz}$$

CIRCUITO VII



$$0 < D < 1$$

Richiami teorici

$$T_H = RC \ln\left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R}\right] \quad ; \quad T_L = RC \ln\left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R}\right]$$

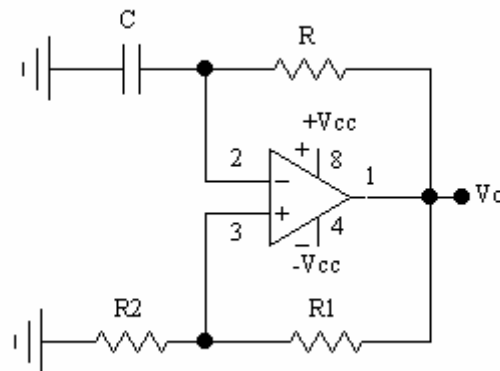
$$T = RC \ln\left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R}\right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R}\right)\right]$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{\ln\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R}\right)}{\ln\left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R}\right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R}\right)\right]} \quad ; \quad -V_{oH} < V_R < V_{oH}$$

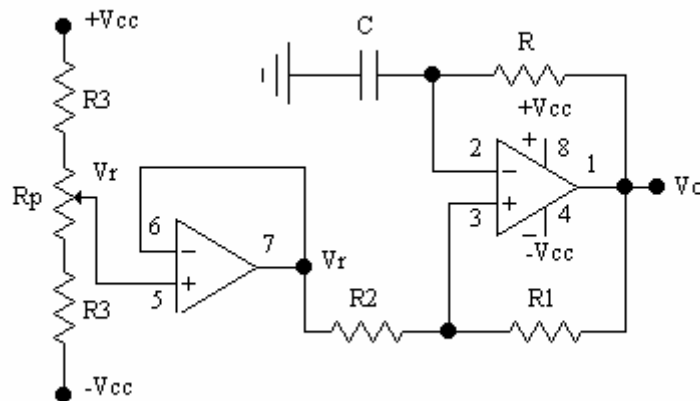
Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

La verifica verrà effettuata in due fasi successive. Nella una prima fase si verifica il funzionamento del circuito senza V_R ($V_R = 0$). In successione, se ne verifica il funzionamento con l'inserimento della tensione V_R .

Circuito base ($V_R = 0$)

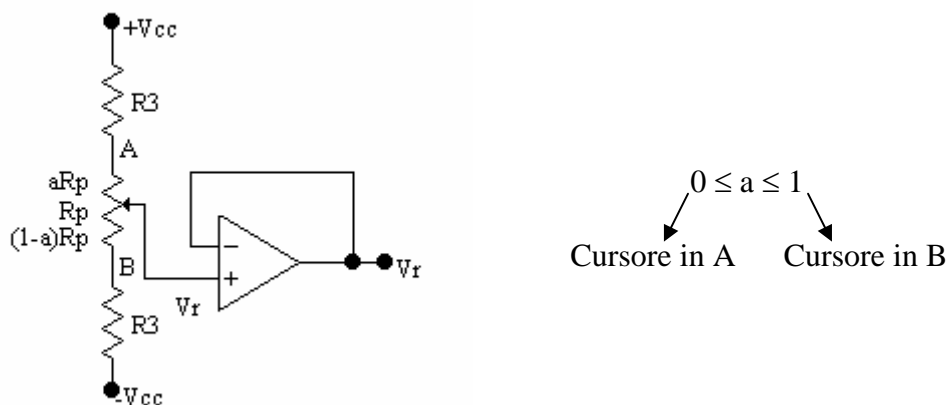


Circuito con variazione del duty-cycle in funzione della tensione V_R



Generazione di una tensione continua regolabile con precisione da $-V_{RMAX}$ a $+V_{RMAX}$

Il circuito è costituito da un amplificatore operazionale in configurazione di inseguitore di tensione e da un partitore di tensione nel quale viene utilizzato un potenziometro lineare 10 giri, che consente una regolazione molto precisa (sulla terza cifra decimale) della tensione V_R .



La tensione V_R dipende da $+V_{CC}$ e da $-V_{CC}$. Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si ha:

$$V_R = \frac{R_3 + (1-a)R_P}{2R_3 + R_P} V_{CC} - \frac{R_3 + aR_P}{2R_3 + R_P} V_{CC} = \frac{R_3 + R_P - aR_P - R_3 - aR_P}{2R_3 + R_P} V_{CC} = \frac{(1-2a)R_P}{2R_3 + R_P} V_{CC}$$

Quando il cursore del potenziometro R_P è in A ($a = 0$) si ha il massimo valore di $V_R = V_{RMAX}$; quando il cursore del potenziometro R_P è in B ($a = 1$) si ha il minimo valore di $V_R = V_{RMIN}$. Una volta fissati i valori di V_{CC} e $V_{RMAX} = -V_{RMIN}$, si esplicita R_3 in funzione di R_P , considerando il cursore del potenziometro R_P è in A, ossia $V_R = V_{RMAX}$:

$$V_{RMAX} = \frac{R_P}{2R_3 + R_P} V_{CC} \Rightarrow \frac{R_P}{2R_3 + R_P} = \frac{V_{RMAX}}{V_{CC}} \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{2R_3}{R_P}} = \frac{V_{RMAX}}{V_{CC}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{2R_3}{R_P} = \frac{V_{CC}}{V_{RMAX}} \Rightarrow R_3 = \left(\frac{V_{CC}}{V_{RMAX}} - 1 \right) \cdot \frac{R_P}{2}$$

Si fissa il valore del potenziometro R_P e si calcola il valore della resistenza R_3 . Al variare di R_P dal punto A al punto B, la tensione V_R varia da V_{RMIN} a V_{RMAX} .

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissa la frequenza a 5kHz $\rightarrow T = 0,2ms$ e $0,2 \leq D \leq 0,8$.

Calcolo di R, C, R_1 e R_2 (circuito senza V_R , ovvero con $V_R = 0$)

Si fissa il valore del rapporto $\frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_1 = R_2 = 100k\Omega$, e, dall'espressione del periodo, con $V_R = 0$, si calcola il prodotto RC:

$$T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln 3 \Rightarrow RC = \frac{T}{2 \ln 3} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{2 \ln 3} = 91,02 \mu s$$

Si fissa $C = 3,3nF$ e si calcola R: $R = \frac{RC}{C} = \frac{91,02 \cdot 10^{-6}}{3,3 \cdot 10^{-9}} = 27,58k\Omega$, valore commerciale 27k Ω .

Calcolo di R_3 e R_P (circuito con V_R)

Dai calcoli già precedentemente eseguiti, risulta $-8,83V \leq V_R \leq 8,83V$. Si fissa $V_{CC} = 12V$, $V_{RMAX} = 8,83V$, $R_P = 100k\Omega$ e si calcola R_3 in funzione di R_P con $a = 0$ e $V_R = V_{RMAX}$:

$$R_3 = \left(\frac{V_{CC}}{V_{RMAX}} - 1 \right) \cdot \frac{R_P}{2} = \left(\frac{12}{8,83} - 1 \right) \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{2} = 17,95k\Omega, \quad \text{valore commerciale } 18k\Omega.$$

Riassumendo: $C = 3,3nF$; $R = 27k\Omega$; $R_1 = R_2 = 100k\Omega$; $R_3 = 18k\Omega$; $R_P = 100k\Omega$ 10 giri ;
 $-8,83V \leq V_R \leq 8,83V$; $\frac{R_2}{R_1} = 1$; IC = TL082.

Con tali valori, si ha:

– Circuito senza V_R , ovvero con $V_R = 0$:

$$T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = 2 \cdot 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln 3 = 0,196 \text{ms}$$

$$T_H = T_L = 0,098 \text{ms} \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T} = 0,5 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,196 \cdot 10^{-3}} = 5,1 \text{kHz}$$

– Circuito con $V_R = V_{RMIN} = -8,83 \text{V}$:

$$T = RC \ln \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right) \right] = .$$

$$= 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left[\left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 + 8,83} \right) \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 - 8,83} \right) \right] = 0,281 \text{ms}$$

$$T_H = RC \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right] = 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 + 8,83} \right) = 0,0665 \text{ms}$$

$$T_L = RC \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right] = 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 - 8,83} \right) = 0,215 \text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,0665 \cdot 10^{-3}}{0,281 \cdot 10^{-3}} = 0,24 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,281 \cdot 10^{-3}} = 3,55 \text{kHz}$$

– Circuito con $V_R = V_{RMAX} = +8,83 \text{V}$:

$$T = RC \ln \left[\left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right) \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right) \right] = .$$

$$= 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left[\left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 - 8,83} \right) \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 + 8,83} \right) \right] = 0,281 \text{ms}$$

$$T_H = RC \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} - V_R} \right] = 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 - 8,83} \right) = 0,215 \text{ms}$$

$$T_L = RC \ln \left[1 + \frac{2R_2}{R_1} \cdot \frac{V_{oH}}{V_{oH} + V_R} \right] = 27 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot 1 \cdot \frac{11}{11 + 8,83} \right) = 0,0665 \text{ms}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,215 \cdot 10^{-3}}{0,281 \cdot 10^{-3}} = 0,765 \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,281 \cdot 10^{-3}} = 3,55 \text{kHz}$$

Procedimento della verifica

Circuito I

1. Si alimenta il circuito e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6).
2. Si misurano le ampiezze V_{oH} e V_{oL} , il periodo T e i semiperiodi T_H e T_L .
3. Dai valori ottenuti, si calcola la frequenza $f = 1/T$ e il duty-cycle $D = T_H/T$.
4. Si tabulano i valori ottenuti. Nella tabella vengono riportati anche i valori calcolati teoricamente per una immediata e corretta interpretazione dei dati ottenuti.

Circuito II

5. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito III

6. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito IV

7. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito V

8. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito VI

9. Si ripetono i punti 1, 2, 3, 4.

Circuito VII

10. Si monta il circuito senza V_R e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 1).
11. Si alimenta il circuito e si misurano l'ampiezza, il periodo e i due semiperiodi. Dai valori ottenuti si calcola la frequenza $f = 1/T$ e il duty-cycle $D = T_H/T$.
12. Si collega la tensione V_R e si collega il multimetro digitale al pin 7, per una corretta taratura della tensione V_R .
13. Si regola V_R a zero e si controlla che il segnale sia esattamente quello generato dal circuito senza V_R .
14. Si fa variare V_R dal valore minimo al valore massimo controllando che il duty-cycle del segnale varia da circa il 20% a circa l'80%.
15. Si regola V_R al suo valore minimo (-8,83V) e si misurano V_{oH} e V_{oL} , il periodo T e i semiperiodi T_H e T_L . Dai valori ottenuti si calcola la frequenza $f = 1/T$ e il duty-cycle $D = T_H/T$.
16. Si regola V_R al suo valore massimo (+8,83V) e si ripete il punto 15.
17. Si tabulano i valori ottenuti. Nella tabella vengono riportati anche i valori calcolati teoricamente per una immediata e corretta interpretazione dei dati ottenuti.

Tabulazione dei dati

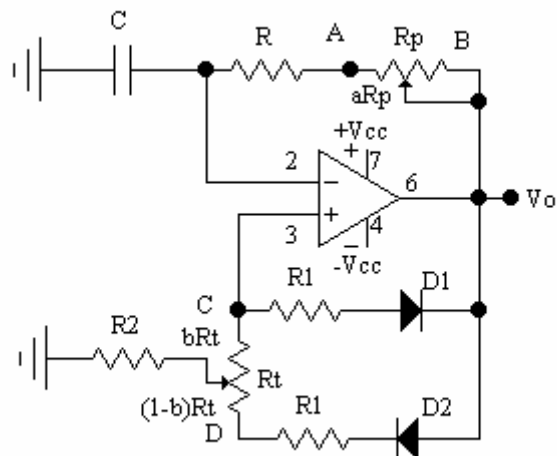
Valori misurati					Valori calcolati				
ms			kHz	adim	ms			kHz	adim
T	T _H	T _L	f	D	T	T _H	T _L	f	D
Circuito I					Circuito I				
0,58	0,23	0,35	1,72	0,4	0,533	0,217	0,316	1,875	0,407
Circuito II					Circuito II				
0,54	0,23	0,31	1,85	0,42	0,462	0,186	0,276	2,16	0,4
Circuito III					Circuito III				
0,54	0,31	0,23	1,85	0,57	0,462	0,276	0,186	2,16	0,6
Circuito IV					Circuito IV				
0,6	0,13	0,47	1,67	0,22	0,493	0,0982	0,395	2,026	0,199
Circuito V					Circuito V				
0,44	0,35	0,09	2,27	0,795	0,528	0,423	0,105	1,89	0,8
Circuito VI					Circuito VI				
0,45	0,09	0,36	2,22	0,2	0,528	0,105	0,423	1,89	0,2

Circuito VII										
Valori misurati					Valori calcolati					
Volt	ms			kHz	adim	ms			kHz	adim
V _R	T	T _H	T _L	f	D	T	T _H	T _L	f	D
senza	0,18	0,09	0,09	5,55	0,5	0,196	0,098	0,098	5,11	0,5
0	0,18	0,09	0,09	5,55	0,5	0,196	0,098	0,098	5,11	0,5
-8,88	0,28	0,065	0,215	3,57	0,23	0,281	0,66	0,215	3,55	0,24
+8,83	0,265	0,20	0,065	3,77	0,74	0,281	0,215	0,066	3,55	0,76
Al variare di V_R da -8,88 a +8,83, il duty-cycle varia da 0,23 a 0,74 con continuità, facendo, però, variare anche la frequenza										

PROGETTO E VERIFICA DI GENERATORI DI ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE CON FREQUENZA VARIABILE E DUTY CYCLE REGOLABILE

CIRCUITI VERIFICATI

CIRCUITO I



R_p regola la frequenza

R_T regola il duty-cycle e variare la frequenza

La variazione di R_p provoca la variazione della frequenza. La variazione di R_T provoca la variazione del duty-cycle e della frequenza.

Calcolo di T_H

$$V_o = V_{oH} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{interdetto} \\ D_2 & \text{in conduzione} \end{cases} \Rightarrow T_H = (R + aR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} \right) \text{ con } 0 \leq a, b \leq 1$$

$$T_H = T_{HMIN} \text{ se } a = 0 \text{ (in A) e } b = 0 \text{ (in C)} \Rightarrow T_{HMIN} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

$$T_H = T_{HMAX} \text{ se } a = 1 \text{ (in B) e } b = 1 \text{ (in D)} \Rightarrow T_{HMAX} = (R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Calcolo di T_L

$$V_o = V_{oL} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{in conduzione} \\ D_2 & \text{interdetto} \end{cases} \Rightarrow T_L = (R + aR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{bR_T + R_1} \right) \text{ con } 0 \leq a, b \leq 1$$

$$T_L = T_{LMIN} \text{ se } a = 0 \text{ (in A) e } b = 1 \text{ (in D)} \Rightarrow T_{LMIN} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

$$T_L = T_{LMAX} \text{ se } a = 1 \text{ (in B) e } b = 0 \text{ (in C)} \Rightarrow T_{LMAX} = (R + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Calcolo di T

$$T = T_H + T_L = (R + aR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} \right) + (R + aR_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{bR_T + R_1} \right) =$$

$$= (R + aR_p)C \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{bR_T + R_1} \right) \right]$$

Calcolo del duty-cycle a livello alto

$$D_H = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} \right)}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{bR_T + R_1} \right) \right]}$$

$$- \quad b = 0 \text{ (cursore in C)} : \quad D_{HMIN} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]}$$

$$- \quad b = 1 \text{ (cursore in D)} : \quad D_{HMAX} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \right]}$$

Al variare di b le due quantità $y_1 = \frac{R_2}{bR_T + R_1}$ e $y_2 = \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1}$ variano iperbolicamente. Si riportano i grafici delle due funzioni in funzione di b , ristretti all'intervallo $[0 ; 1]$ (intervallo di esistenza di b).

$$- \quad y_1 = \frac{R_2}{bR_T + R_1} ; \quad \text{comportamento negli estremi} \quad \begin{cases} b = 0 \\ y_1 = \frac{R_2}{R_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} b = 1 \\ y_1 = \frac{R_2}{R_T + R_1} \end{cases}$$

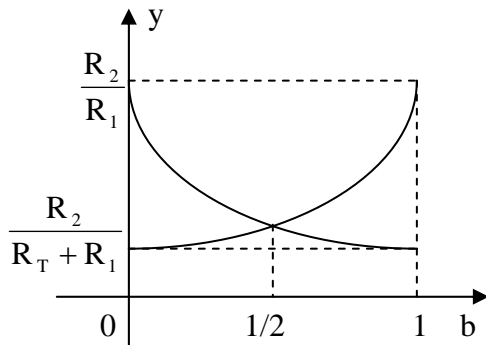
$$y_1' = \frac{-R_T R_2}{(bR_T + R_1)^2} \rightarrow y_1' < 0 \Rightarrow y_1 \text{ sempre decrescente}$$

$$y_1'' = \frac{R_T^2 R_2}{(bR_T + R_1)^3} \rightarrow y_1'' > 0 \Rightarrow \text{concavità verso l'alto}$$

$$- \quad y_2 = \frac{R_2}{(1-b)R_T + R_1} ; \quad \text{comportamento negli estremi} \quad \begin{cases} b = 0 \\ y_2 = \frac{R_2}{R_T + R_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} b = 1 \\ y_2 = \frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

$$y_2' = \frac{R_T R_2}{[(1-b)R_T + R_1]^2} \rightarrow y_2' > 0 \Rightarrow y_2 \text{ sempre crescente}$$

$$y_2'' = \frac{R_T^2 R_2}{[(1-b)R_T + R_1]^3} \rightarrow y_2'' < 0 \Rightarrow \text{concavità verso il basso}$$



Le variazioni di una non vengono compensate delle variazioni dell'altra. Pertanto, al variare di R_T varia il duty-cycle e varia anche la frequenza. Volendo variare il duty-cycle e mantenere costante la frequenza, bisognerà agire, oltre che su R_T , anche su R_P .

Dimensionamento del circuito

Si devono fissare i campi di variazione del duty-cycle ($0,38 < D < 0,62$) e della frequenza (e quindi del periodo):

$$D_{\text{MIN}} ; D_{\text{MAX}} ; f_{\text{MAX}} \rightarrow T_{\text{MIN}} ; f_{\text{MAX}} \rightarrow T_{\text{MIN}}$$

$$- a = 0 \text{ (cursore in A) e } b = 0 \text{ (cursore in C)} \Rightarrow T_H = T_{\text{HMIN}} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

$$- a = 1 \text{ (cursore in B) e } b = 1 \text{ (cursore in D)} \Rightarrow T_H = T_{\text{HMAX}} = (R + R_P) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$- a = 0 \text{ (cursore in A) e } b = 1 \text{ (cursore in D)} \Rightarrow T_L = T_{\text{LMIN}} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)$$

$$- a = 1 \text{ (cursore in B) e } b = 0 \text{ (cursore in C)} \Rightarrow T_L = T_{\text{LMAX}} = (R + R_P) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$- b = 0 \text{ (cursore in C)} : D_{\text{MIN}} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]}$$

$$- b = 1 \text{ (cursore in D)} : D_{\text{MAX}} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)}{\ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \right]}$$

$$- a = 0 \text{ (cursore in A) e } b = 0; 1 \Rightarrow T_{\text{MIN}} = RC \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]$$

$$- a = 1 \text{ (cursore in B) e } b = 0; 1 \Rightarrow T_{\text{MIN}} = (R + R_P) C \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]$$

Calcolo di R ed R_P

Dal rapporto $T_{\text{MAX}}/T_{\text{MIN}}$ si calcola il rapporto R_P/R :

$$\frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}} = \frac{R + R_P}{R} = 1 + \frac{R_P}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{\frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}} - 1} \cdot R_P$$

Si fissa il valore di R_P e si calcola R.

Calcolo di R₁ ; R₂ ; R_T

Si pone $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_T + R_1 \Rightarrow R_T = R_2 - R_1$, e dal rapporto $\frac{D_{\text{MIN}}}{D_{\text{MAX}}}$ si esplicita

R_2 in funzione di R_1 :

$$\frac{D_{\text{MIN}}}{D_{\text{MAX}}} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right)}{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)} = \frac{\ln 3}{\ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right)} \Rightarrow \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = \frac{D_{\text{MAX}}}{D_{\text{MIN}}} \cdot \ln 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \frac{R_2}{R_1} = e^{\frac{D_{\text{MAX}} \cdot \ln 3}{D_{\text{MIN}}}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{e^{\frac{D_{\text{MAX}} \cdot \ln 3}{D_{\text{MIN}}}} - 1}{2} \Rightarrow R_2 = \frac{e^{\frac{D_{\text{MAX}} \cdot \ln 3}{D_{\text{MIN}}}} - 1}{2} \cdot R_1$$

Si fissa il valore di R_1 e si calcolano R_2 e R_T .

Calcolo di C

Da T_{MIN} si esplicita e si calcola C:

$$C = \frac{T_{\text{MIN}}}{R \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]}$$

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissano i campi di variazione del duty-cycle e della frequenza:

$$D_{\text{MIN}} = 0,4 \quad ; \quad D_{\text{MAX}} = 0,6 \quad ; \quad f_{\text{MIN}} = 2\text{kHz} \rightarrow T = 0,5\text{ms} \quad ; \quad f_{\text{MAX}} = 5\text{kHz} \rightarrow T = 0,2\text{ms}$$

Calcolo di R ed R_P

Dal rapporto T_{MAX}/T_{MIN} si calcola il rapporto R_P/R e si esplicita R in funzione di R_P :

$$R = \frac{1}{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} - 1} \cdot R_P = \frac{1}{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^{-3}} - 1} \cdot R_P = 0,67R_P$$

Si fissa $R_P = 10k\Omega$ e si calcola $R = 0,67 \cdot R_P = 0,67 \cdot 10 \cdot 10^3 = 6,7k\Omega$, valore commerciale $R = 6,8k\Omega$.

Calcolo di R₁ ; R₂ ; R_T

Si pone $\frac{R_2}{R_T + R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_T + R_1 \Rightarrow R_T = R_2 - R_1$. Dal rapporto $\frac{D_{MIN}}{D_{MAX}}$ si esplicita

R_2 in funzione di R_1 :

$$R_2 = \frac{e^{\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} \cdot \ln 3} - 1}{2} \cdot R_1 = \frac{e^{0,6 \cdot \ln 3} - 1}{2} \cdot R_1 = 2,1R_1$$

Si fissa $R_1 = 82k\Omega$ e si calcolano R_2 e R_T :

$$R_2 = 2,1R_1 = 2,1 \cdot 82 \cdot 10^3 = 172,2k\Omega, \text{ valore commerciale } R_2 = 180k\Omega.$$

$$R_T = R_2 - R_1 = 180 \cdot 10^3 - 82 \cdot 10^3 = 98k\Omega, \text{ valore commerciale } R_T = 100k\Omega.$$

Calcolo di C

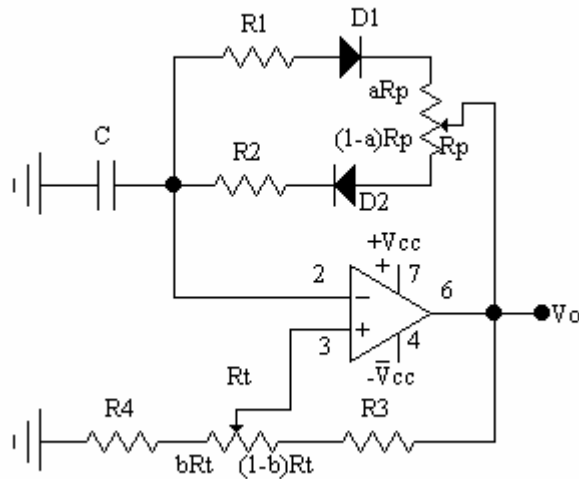
Da T_{MIN} si esplicita e si calcola C: $C = \frac{T_{MIN}}{R \ln \left[\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_T + R_1} \right) \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) \right]} =$

$$= \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{6,8 \cdot 10^3 \ln \left[\left(1 + 2 \frac{180 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 82 \cdot 10^3} \right) \left(1 + 2 \frac{180 \cdot 10^3}{82 \cdot 10^3} \right) \right]} = 10,6nF$$

valore commerciale 10nF.

Riassumendo: $C = 10nF$; $R = 6,8k\Omega$; $R_P = 10k\Omega$; $R_1 = 82k\Omega$; $R_2 = 180k\Omega$; $R_T = 100k\Omega$;
IC = TL081.

CIRCUITO II



R_P regola il duty-cycle

R_T regola la frequenza

Tale circuito consente di variare sia il duty-cycle sia la frequenza. Al variare di R_P varia il duty-cycle; al variare di R_T varia la frequenza.

Calcolo di T_H

$$V_o = V_{oH} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{interdetto} \\ D_2 & \text{in conduzione} \end{cases} \Rightarrow T_H = [R_2 + (1-a)R_P]C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right)$$

con $0 \leq a, b \leq 1$

$$T_H = T_{HMIN} \text{ se } a = 1 \text{ (in B) e } b = 0 \text{ (in C)} \Rightarrow T_{HMIN} = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_T + R_3} \right)$$

$$T_H = T_{HMAX} \text{ se } a = 0 \text{ (in A) e } b = 1 \text{ (in D)} \Rightarrow T_{HMAX} = (R_2 + R_P) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right)$$

Calcolo di T_L

$$V_o = V_{oL} \Rightarrow \begin{cases} D_1 & \text{in conduzione} \\ D_2 & \text{interdetto} \end{cases} \Rightarrow T_L = (R_1 + aR_P)C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right)$$

con $0 \leq a, b \leq 1$

$$T_L = T_{LMIN} \text{ se } a = 0 \text{ (in A) e } b = 0 \text{ (in C)} \Rightarrow T_{LMIN} = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_T + R_3} \right)$$

$$T_L = T_{LMAX} \text{ se } a = 1 \text{ (in B) e } b = 1 \text{ (in D)} \Rightarrow T_{LMAX} = (R_1 + R_P) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right)$$

Calcolo di T

$$T = T_H + T_L = [R_2 + (1-a)R_P]C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right) + (R_1 + aR_P)C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right) =$$

$$= (R_1 + R_2 + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right)$$

Al variare di R_p variano T_H e T_L (di tanto aumenta T_H di altrettanto diminuisce T_L , e viceversa), mentre il periodo rimane costante, ossia la frequenza non varia. Al variare di R_T varia la frequenza, ma non il duty-cycle.

$$T = T_{\text{MIN}} \quad \text{se } b = 0 \text{ (cursore in C)} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{MIN}} = (R_1 + R_2 + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_T + R_3} \right)$$

$$T = T_{\text{MAX}} \quad \text{se } b = 1 \text{ (cursore in D)} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{MAX}} = (R_1 + R_2 + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right)$$

Calcolo del duty-cycle

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{(R_1 + R_2 + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right)}{(R_1 + R_2 + R_p) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_T + R_4}{(1-b)R_T + R_3} \right)} = \frac{R_2 + (1-a)R_p}{R_1 + R_2 + R_p}$$

$$D = D_{\text{MIN}} \quad \text{se } a = 1 \text{ (cursore in B)} \quad \Rightarrow \quad D_{\text{MIN}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_p}$$

$$D = D_{\text{MAX}} \quad \text{se } a = 0 \text{ (cursore in A)} \quad \Rightarrow \quad D_{\text{MAX}} = \frac{R_2 + R_p}{R_1 + R_2 + R_p}$$

Dimensionamento del circuito

Si devono fissare i campi di variazione del duty-cycle ($0 < D < 1$) e della frequenza (e quindi del periodo):

$$D_{\text{MIN}} ; D_{\text{MAX}} ; f_{\text{MAX}} \rightarrow T_{\text{MIN}} ; f_{\text{MAX}} \rightarrow T_{\text{MIN}}$$

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_p

Si fa il rapporto membro a membro tra D_{MAX} e D_{MIN} e si esplicita R_2 in funzione di R_p :

$$\frac{D_{\text{MAX}}}{D_{\text{MIN}}} = \frac{\frac{R_2 + R_p}{R_1 + R_2 + R_p}}{\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_p}} = \frac{R_2 + R_p}{R_2} = 1 + \frac{R_p}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{1}{\frac{D_{\text{MAX}}}{D_{\text{MIN}}} - 1} \cdot R_p$$

Si fissa il valore di R_p e si calcola R_2 . Da D_{MIN} si calcola R_1 :

$$D_{\text{MIN}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_1 + R_2 + R_p}{R_2} = \frac{1}{D_{\text{MIN}}} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_2}{D_{\text{MIN}}} - (R_2 + R_p)$$

Calcolo di C

Si pone $\frac{R_4}{R_T + R_3} = 1$ e si calcola C da T_{MIN} :

$$T_{MIN} = (R_1 + R_2 + R_p)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_T + R_3} \right) = (R_1 + R_2 + R_p)C \ln 3 \Rightarrow C = \frac{T_{MIN}}{(R_1 + R_2 + R_p) \ln 3}$$

Calcolo di R_3 ; R_4 ; R_T

Si fa il rapporto membro a membro tra T_{MAX} e T_{MIN} :

$$\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right)}{\ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_T + R_3} \right)} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right)}{\ln 3} \Rightarrow \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_4}{R_3} \right) = \frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} \cdot \ln 3$$

Poiché $\frac{R_4}{R_T + R_3} = 1 \Rightarrow R_4 = R_T + R_3$, si sostituisce nella precedente e si esplicita R_3 in funzione di R_T :

$$\begin{aligned} \ln \left(1 + 2 \frac{R_T + R_T + R_3}{R_3} \right) &= \ln \left(1 + 2 \frac{2R_T + R_3}{R_3} \right) = \ln \left(3 + 4 \frac{R_T}{R_3} \right) = \frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} \cdot \ln 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 + 4 \frac{R_T}{R_3} &= e^{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} \cdot \ln 3} \Rightarrow \frac{R_T}{R_3} = \frac{e^{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} \cdot \ln 3} - 3}{4} \Rightarrow R_3 = \frac{4}{e^{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} \cdot \ln 3} - 3} \cdot R_T \end{aligned}$$

Si fissa il valore di R_T e si calcola R_3 . R_4 si calcola come $R_4 = R_T + R_3$.

Definizione del funzionamento e calcolo dei componenti

Si fissano i campi di variazione del duty-cycle e della frequenza:

$$D_{MIN} = 0,2 \quad ; \quad D_{MAX} = 0,8 \quad ; \quad f_{MIN} = 2\text{kHz} \rightarrow T = 0,5\text{ms} \quad ; \quad f_{MAX} = 5\text{kHz} \rightarrow T = 0,2\text{ms}$$

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_p

Dal rapporto D_{MAX}/D_{MIN} si esplicita R_2 in funzione di R_p :

$$R_2 = \frac{1}{\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1} \cdot R_p = \frac{1}{\frac{0,8}{0,2} - 1} \cdot R_p = 0,33R_p$$

Si fissa $R_p = 100\text{k}\Omega$ e si calcola $R_2 = 0,33 \cdot R_p = 0,33 \cdot 100 \cdot 10^3 = 33\text{k}\Omega$.

Da D_{MIN} si calcola R_1 :
$$R_1 = \frac{R_2}{D_{\text{MIN}}} - (R_2 + R_p) = \frac{33 \cdot 10^3}{0,2} - (33 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3) = 32 \text{k}\Omega,$$
 valore commerciale $33 \text{k}\Omega$.

Calcolo di C

Si pone $\frac{R_4}{R_T + R_3} = 1$ e si calcola C da T_{MIN} :

$$C = \frac{T_{\text{MIN}}}{(R_1 + R_2 + R_p) \ln 3} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{(33 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3) \ln 3} = 1,097 \text{ nF}$$

valore commerciale 1 nF .

Calcolo di R_3 ; R_4 ; R_T

Dalla posizione precedente e dal rapporto $T_{\text{MAX}}/T_{\text{MIN}}$ si esplicita R_3 in funzione di R_T :

$$R_3 = \frac{4}{e^{\frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}} \ln 3}} - 3} \cdot R_T = \frac{4}{e^{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^{-3}} \ln 3} - 3} \cdot R_T = 0,32 R_T$$

Si fissa $R_T = 100 \text{k}\Omega$ e si calcola $R_3 = 0,32 \cdot R_T = 0,32 \cdot 100 \cdot 10^3 = 32 \text{k}\Omega$, valore commerciale $33 \text{k}\Omega$.

R_4 si calcola come $R_4 = R_T + R_3 = 100 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 = 133 \text{k}\Omega$, valore che si ottiene dalla serie di una resistenza di $120 \text{k}\Omega$ ed una di $12 \text{k}\Omega$ (il valore commerciale è troppo distante dal valore calcolato).

Riassumendo: $C = 1 \text{ nF}$; $R_1 = R_2 = R_3 = 33 \text{k}\Omega$; $R_p = R_T = 100 \text{k}\Omega$; $R_4 = 120 \text{k}\Omega + 12 \text{k}\Omega$; IC = TL081

Procedimento della verifica

Circuito I

1. Si alimenta il circuito e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6).
2. Si regola il cursore di R_p a metà corsa (si scollega un suo estremo e si tara con l'ohmetro) e si agisce su R_T fino ad ottenere un segnale con duty-cycle del 50% (se lineare, R_T è circa a metà corsa).
3. Del segnale ottenuto si misurano le ampiezze V_{OH} e V_{OL} , il periodo T e i semiperiodi T_H e T_L . Dai valori ottenuti, si calcola la frequenza $f = 1/T$ e il duty-cycle $D = T_H/T$.
4. Si porta il cursore di R_T in C ($b = 0$) e si ripete il punto 3.
5. Si porta il cursore di R_T in D ($b = 1$) e si ripete il punto 3.
6. Si regola R_T col cursore al centro in modo da avere un duty-cycle del 50%.
7. Si porta il cursore di R_p in A ($a = 0$) e si ripetono i punti 3, 4, 5.
8. Si porta il cursore di R_p in B ($a = 1$) e si ripete il punto 6.
9. Si ripetono i punti 4 e 5.

Circuito II

10. Si alimenta il circuito e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6).
11. Si agisce su R_P fino ad ottenere un segnale con duty-cycle del 50% (cursore circa al centro) e si regola R_T a metà corsa.
12. Si ripete il punto 3.
13. Si porta il cursore di R_P in A ($a = 0$) e si ripete il punto 3.
14. Si porta il cursore di R_P in B ($a = 1$) e si ripete il punto 3.
15. Si fa variare R_T e si verifica che varia la frequenza ma il duty-cycle non cambia.
16. Si fa variare R_P e si verifica che varia il duty-cycle ma la frequenza non cambia.
17. Con un generico valore di R_P , si porta il cursore di R_T in C ($b = 0$) e si ripete il punto 3.
18. Con un generico valore di R_P , si porta il cursore di R_T in D ($b = 1$) e si ripete il punto 3.
19. Si tabulano i valori ottenuti. Vengono riportate anche le tabelle con i valori calcolati teoricamente per una immediata e corretta interpretazione dei dati ottenuti.

Tabulazione dei dati

Circuito I - Valori misurati										
Cursori $R_P ; R_T$	k Ω			ms			kHz	adim	Volt	
	a R_P	(1-b) R_T+R_L	b R_T+R_L	T	T_H	T_L	f	D	V_{oH}	V_{oL}
centro ($a = 0,5$) centro ($b = 0,5$)	5	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,356	0,178	0,178	2,81	0,5	+11	-11
centro ($a = 0,5$) in C ($b = 0$)	5	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,374	0,149	0,225	2,67	0,398	+11	-11
centro ($a = 0,5$) in D ($b = 1$)	5	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,374	0,225	0,149	2,67	0,602	+11	-11
in A ($a = 0$) centro ($b = 0,5$)	0	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,199	0,1	0,1	5,025	0,5	+11	-11
in A ($a = 0$) in C ($b = 0$)	0	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,222	0,087	0,135	4,50	0,392	+11	-11
in A ($a = 0$) in D ($b = 1$)	0	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,222	0,135	0,087	4,50	0,392	+11	-11
in B ($a = 1$) centro ($b = 0,5$)	10	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,472	0,236	0,236	2,12	0,5	+11	-11
in B ($a = 1$) in C ($b = 0$)	10	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,486	0,190	0,296	2,06	0,391	+11	-11
in B ($a = 1$) in D ($b = 1$)	10	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,486	0,296	0,190	2,06	0,61	+11	-11

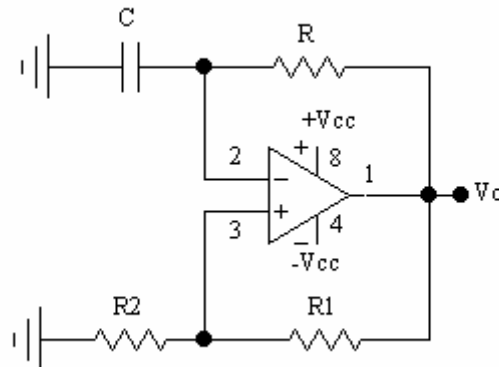
Circuito I - Valori calcolati										
Cursori $R_P ; R_T$	k Ω			ms			kHz	adim	Volt	
	a R_P	(1-b) R_T+R_1	b R_T+R_1	T	T_H	T_L	f	D	V_{oH}	V_{oL}
centro (a = 0,5) centro (b = 0,5)	5	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,310	0,155	0,155	3,22	0,5	+11	-11
centro (a = 0,5) in C (b = 0)	5	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,328	0,129	0,199	3,05	0,39	+11	-11
centro (a = 0,5) in D (b = 1)	5	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,328	0,199	0,129	3,05	0,61	+11	-11
in A (a = 0) centro (b = 0,5)	0	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,179	0,089	0,089	5,59	0,5	+11	-11
in A (a = 0) in C (b = 0)	0	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,189	0,074	0,114	5,29	0,39	+11	-11
in A (a = 0) in D (b = 1)	0	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,189	0,114	0,074	5,29	0,61	+11	-11
in B (a = 1) centro (b = 0,5)	10	132 $T_H = T_L$	132 $T_L = T_H$	0,442	0,221	0,221	2,26	0,5	+11	-11
in B (a = 1) in C (b = 0)	10	182 $T_H < T_L$	82 $T_L > T_H$	0,466	0,183	0,283	2,15	0,39	+11	-11
in B (a = 1) in D (b = 1)	10	82 $T_H > T_L$	182 $T_L < T_H$	0,466	0,283	0,183	2,15	0,61	+11	-11

Circuito II - Valori misurati - S.V. = 5Volt/div ; B.T. = 50 μ s/div										
Cursori $R_P ; R_T$	k Ω			ms			kHz	adim	Volt	
	a R_P	(1-b) R_T+R_3	b R_T+R_4	T	T_H	T_L	f	D	V_{oH}	V_{oL}
centro (a = 0,5) centro (b = 0,5)	50 $T_H=T_L$	83	182	0,34	0,17	0,17	2,94	0,5	+11	-11
in A (a = 0) centro (b = 0,5)	0 $T_H>T_L$	83	182	0,34	0,270	0,07	2,94	0,794	+11	-11
in B (a = 1) centro (b = 0,5)	100 $T_H<T_L$	83	182	0,34	0,07	0,270	2,94	0,22	+11	-11
<p>Tenendo fisso R_P e variando R_T cambia il periodo T , ossia la frequenza, ma non viene modificato il duty-cycle D.</p> <p>Tenendo fisso R_T e variando R_P cambiano le durate di T_H e di T_L, ossia varia il duty-cycle D, ma non varia il periodo, ossia la frequenza f resta costante.</p>										
a generico in C (b = 0)	-	132	133	0,215	0,120	0,095	4,65	0,558	+11	-11
a generico in D (b = 1)	-	232	33	0,62	0,35	0,27	1,61	0,564	+11	-11

Circuito II - Valori calcolati										
Cursori $R_P ; R_T$	k Ω			ms			kHz	adim	Volt	
	a R_P	(1-b) R_T+R_3	b R_T+R_4	T	T_H	T_L	f	D	V_{oH}	V_{oL}
centro (a = 0,5) centro (b = 0,5)	50 $T_H=T_L$	83	182	0,280	0,140	0,140	3,57	0,5	+11	-11
in A (a = 0) centro (b = 0,5)	0 $T_H>T_L$	83	182	0,280	0,056	0,224	3,57	0,2	+11	-11
in B (a = 1) centro (b = 0,5)	100 $T_H<T_L$	83	182	0,280	0,224	0,056	3,57	0,8	+11	-11
<p>Tenendo fisso R_P e variando R_T deve cambiare il periodo T , ossia la frequenza, ma non il duty-cycle D.</p> <p>Tenendo fisso R_T e variando R_P devono cambiare le durate di T_H e di T_L, ossia varia il duty-cycle D, ma non il periodo, ossia la frequenza f resta costante.</p>										
a generico in C (b = 0)	-	132	133	0,181	0,102	0,08	5,51	0,563	+11	-11
a generico in D (b = 1)	-	232	33	0,45	0,252	0,198	2,22	0,560	+11	-11

PROGETTO E VERIFICA DI UN GENERATORE DI ONDA QUADRA, CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE, CON CONTROLLO DELL'AMPIEZZA.

Circuito generatore d'onda quadra, definizione del funzionamento e calcolo dei componenti



Si fissano: $f = 2\text{kHz} \rightarrow T = 0,5\text{ms}$; $V_{CC} = \pm 12\text{V}$

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_P

Si fissa il rapporto $\frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_1 = R_2 = 47\text{k}\Omega$, e dal periodo si calcola il prodotto RC:

$$T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln 3 \Rightarrow RC = \frac{T}{2 \ln 3} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2 \ln 3} = 0,2275\text{ms}$$

Si fissa $C = 2,2\mu\text{F}$ e si calcola R: $R = \frac{RC}{C} = \frac{0,2275 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^{-6}} = 103,4\text{k}\Omega$, valore commerciale $100\text{k}\Omega$.

Riassumendo: $C = 2,2\mu\text{F}$; $R = 100\text{k}\Omega$; $R_1 = R_2 = 47$; IC = TL082.

Con tali valori si ottiene: $T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) = 2RC \ln 3 = 2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \ln 3 = 0,483\text{ms}$

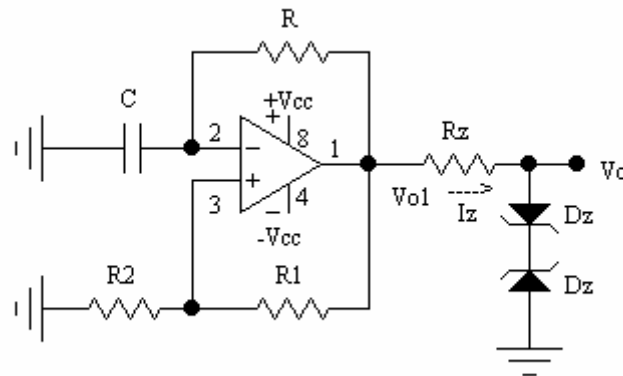
ed una frequenza $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,483 \cdot 10^{-3}} = 2,07\text{kHz}$

la tensione d'uscita varia tra le due tensioni di saturazione $V_{OH1} = -V_{OL1} = V_{CC} - 1\text{V} = 11\text{V}$.

per ottenere ampiezze d'uscita diverse dalle tensioni di saturazione, si possono utilizzare metodi che forniscono tensioni d'uscita di ampiezza fissa, diverse delle tensioni di saturazione, o tensioni regolabili con continuità da un valore minimo ad uno massimo.

Ampiezza d'uscita fissa diversa dalle tensioni di saturazione

Si aggiungendo al circuito base due diodi zener, di opportuno valore, in antiserie ed una resistenza R_Z di limitazione della corrente, come mostrato in figura.



Questa modifica non comporta alcuna variazione del funzionamento del circuito, purché la corrente I_Z non assuma valori tali da far intervenire il circuito di limitazione della corrente d'uscita dell'amplificatore operazionale.

L'ampiezza della tensione d'uscita sarà uguale a $\pm(V_Z + V_\gamma)$

La resistenza R_Z viene dimensionata imponendo il valore della corrente I_Z nei zener. Essendo tale corrente erogata dall'uscita dell'amplificatore operazionale, non deve superare i 5mA, per non attivare il limitatore di corrente interno.

Volendo un'ampiezza di $\pm 5V$, si scelgono zener da $\frac{1}{2}$ Watt con $V_Z = 4,3V$ e $V_\gamma = 0,7V$. Si impone una corrente $I_Z = 5mA$ e si calcola R_Z :

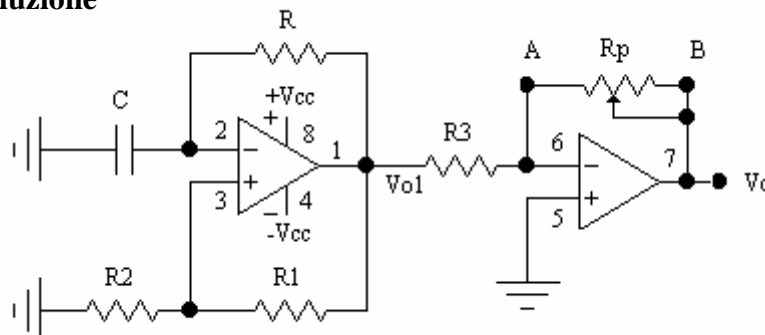
$$R_Z = \frac{V_{oIH} - (V_Z + V_\gamma)}{I_Z} = \frac{11 - (4,3 + 0,7)}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,2k\Omega$$

Ovviamente, l'ampiezza che misureremo, poiché $V_Z < 6V$ (prevale l'effetto zener sull'effetto valanga), sarà sicuramente inferiore ai 5V.

Ampiezza d'uscita variabile

Si vuole ottenere un'ampiezza della tensione d'uscita variabile, si può utilizzare una delle due soluzioni di seguito proposte.

– Prima soluzione



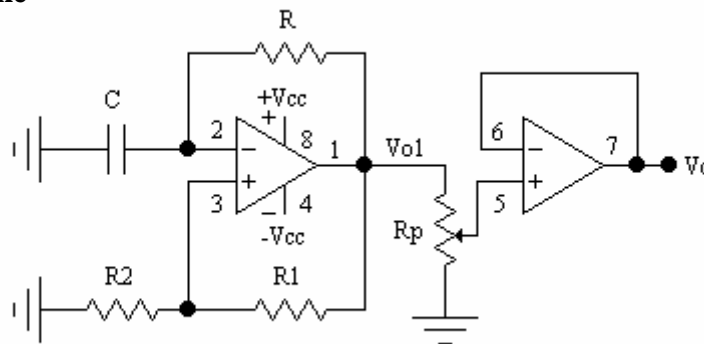
Si utilizza, collegato all'uscita del generatore d'onda quadra, un amplificatore in configurazione invertente con elevata resistenza d'ingresso e amplificazione variabile tra zero e uno: $0 \leq |A_V| \leq 1$.

Si fissa $R_3 = 1\text{M}\Omega$, resistenza d'ingresso dell'amplificatore e resistenza di carico per il generatore d'onda quadra. Si ha:

$$A_V = -\frac{R_P}{R_3} \begin{cases} \rightarrow |A_V| = 0 \text{ quando il cursore è in A} \\ \rightarrow |A_V| = 1 \text{ quando il cursore è in B} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_P}{R_3} = 1 \Rightarrow R_P = R_3 = 1\text{M}\Omega$$

Al variare di R_P , l'ampiezza varia tra zero e V_{o1H} , e il segnale risulta invertito rispetto a V_{o1} .

– Seconda soluzione



Si utilizza un circuito inseguitore e si preleva una frazione del segnale V_{o1} tramite un potenziometro di elevato valore.

Il potenziometro R_P , di valore opportunamente alto, è il carico fisso per il circuito generatore d'onda quadra, la tensione ad onda quadra V_o viene fornita tramite l'inseguitore che presenta una resistenza d'uscita praticamente nulla.

Un valore ottimale di R_P è di $100\text{k}\Omega$.

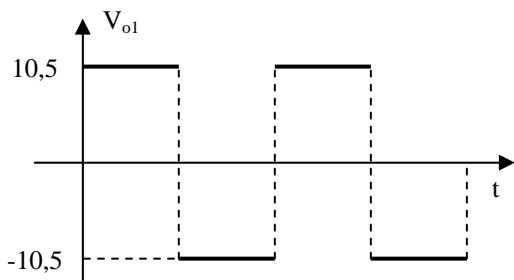
Per la realizzazione di tutti i circuiti viene utilizzato l'amplificatore operazionale TL081 che contiene due amplificatori operazionali.

Procedimento della verifica

1. Montato il circuito generatore d'onda quadra, si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita V_{o1} , pin 1.
2. Del segnale visualizzato si misura l'ampiezza e il periodo. Dal valore del periodo misurato si calcola la frequenza come $f = 1/T$.
3. si collegano gli zener e la resistenza R_3 .
4. Si collega l'ingresso CH2 dell'oscilloscopio all'uscita V_o , pin 3.
5. Si confrontano i due segnali (V_{o1} e V_o), si rileva l'ampiezza e il periodo di V_o , si calcola la frequenza come $f = 1/T$.
6. Si collega l'uscita V_{o1} all'ingresso dell'amplificatore invertente, che permetterà di variare l'ampiezza con continuità. Si collega il canale CH2 dell'oscilloscopio all'uscita V_o , pin 3.
7. Si confrontano i due segnali (V_{o1} e V_o), e si verifica che, agendo su R_P , si ottiene la variazione dell'ampiezza da zero a V_{o1H} .
8. Si misura il periodo e si calcola la frequenza, verificando che la frequenza (ovvero il periodo), al variare dell'ampiezza, rimane costante.
9. Si collega V_{o1} al potenziometro del circuito inseguitore, il canale CH2 dell'oscilloscopio all'uscita V_o , pin 3, e si verifica che, agendo su R_P , si ottiene la variazione dell'ampiezza da zero a V_{o1H} .

10. Si misura il periodo e si calcola la frequenza, verificando che la frequenza (ovvero il periodo), al variare dell'ampiezza, rimane costante.
 11. Si riportano i disegni degli oscillogrammi ottenuti tra loro correlati.

Generatore d'onda quadra

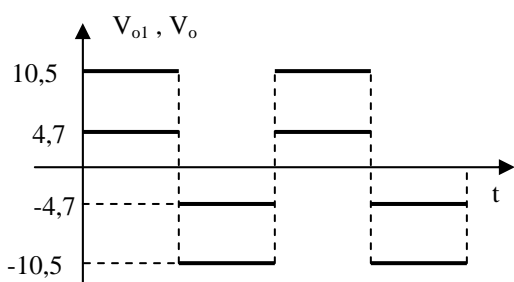


S.V. 5V/div ; B.T. 0,1ms/div

$$V_{o1H} = -V_{o1L} = 10,5V$$

$$T = 0,53ms \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,53 \cdot 10^{-3}} = 1,887kHz$$

Generatore d'onda quadra con diodi zener d'uscita

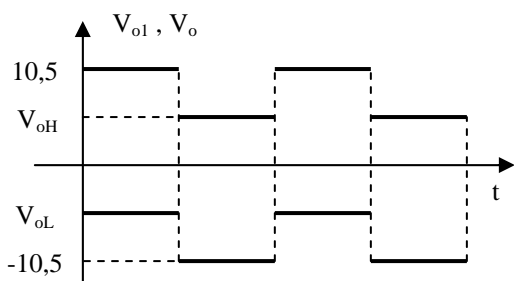


S.V. 5V/div ; B.T. 0,1ms/div

$$V_{o1H} = -V_{o1L} = 10,5V ; V_{oH} = -V_{oL} = 4,7V$$

$$T = 0,53ms \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,53 \cdot 10^{-3}} = 1,887kHz$$

Generatore d'onda quadra con amplificatore invertente d'uscita



S.V. CH1 5V/div ; B.T. 0,1ms/div

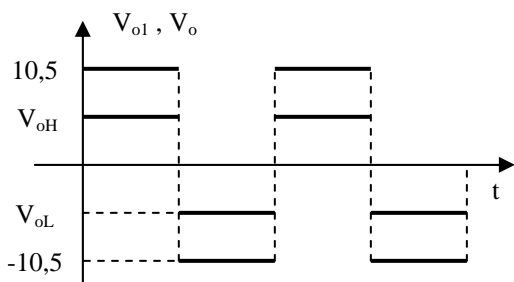
S.V. CH2 varia da 5V/div a 10m V/div con R_P

$$V_{o1H} = -V_{o1L} = 10,5V ; V_{oH} = -V_{oL} = 4,7V$$

$$T = 0,53ms \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,53 \cdot 10^{-3}} = 1,887kHz$$

V_o varia da 0 a V_{o1H}, la frequenza resta invariata. V_o e V_{o1} sono in opposizione di fase.

Generatore d'onda quadra con amplificatore invertente d'uscita



S.V. CH1 5V/div ; B.T. 0,1ms/div

$$V_{o1H} = -V_{o1L} = 10,5V ; V_{oH} = -V_{oL} = 4,7V$$

$$T = 0,53ms \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,53 \cdot 10^{-3}} = 1,887kHz$$

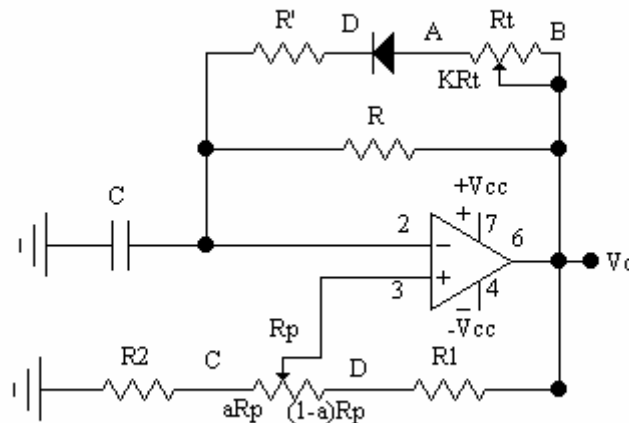
V_o varia da 0 a V_{o1H}, la frequenza resta invariata. V_o e V_{o1} sono in fase.

PROGETTO E VERIFICA DI UN PARTICOLARE GENERATORE AD ONDA QUADRA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE CON FREQUENZA VARIABILE E DUTY-CYCLE REGOLABILE.

Condizioni di progetto

- Variazione della frequenza, con $D = 0,5$, da $f_{\text{MIN}} = 1\text{kHz} \rightarrow T_{\text{MAX}} = 1\text{ms}$
a $f_{\text{MAX}} = 5\text{kHz} \rightarrow T_{\text{MIN}} = 0,2\text{ms}$
- Variazione del duty-cycle mediante variazione del solo semiperiodo T_{H} da $D_{\text{MIN}} = 0,2$
a $D_{\text{MAX}} = 0,5$

il circuito che realizza tale funzione è il seguente:



Il diodo conduce durante il semiperiodo T_{H} (ossia quando $V_o = V_{\text{OH}}$), modificando il valore della resistenza R . se il diodo è interdetto, la capacità C si carica attraverso R , con costante di tempo $\tau_{\text{L}} = RC$; se il diodo conduce, la capacità C si carica attraverso il parallelo $R // (R' + kR_{\text{T}})$ (considerando il diodo assimilabile ad un corto circuito), con costante di tempo $\tau_{\text{H}} = [R // (R' + kR_{\text{T}})]C$.

- La condizione $D = D_{\text{MAX}} = 0,5$ si realizzerà se risulta $\tau_{\text{H}} \approx \tau_{\text{L}}$, ossia se $R // (R' + kR_{\text{T}}) \approx R$.
- Tale condizione si ottiene ponendo, quando $K = 1$ (tutto R_{T} inserito), $R' + kR_{\text{T}} \gg R \Rightarrow R // (R' + kR_{\text{T}}) \approx R$. Se una resistenza è molto maggiore di un'altra, il loro parallelo coincide con la più piccola. Questa è una condizione di progetto.

Calcolo del duty-cycle

Per i semiperiodi e il periodo risulta:

$$T_{\text{H}} = R // (R' + kR_{\text{T}}) C \ln \left(1 + 2 \frac{aR_{\text{p}} + R_2}{(1-a)R_{\text{p}} + R_1} \right) ; \quad T_{\text{L}} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{aR_{\text{p}} + R_2}{(1-a)R_{\text{p}} + R_1} \right)$$

$$T = T_{\text{H}} + T_{\text{L}} = [R + R // (R' + kR_{\text{T}})] C \ln \left(1 + 2 \frac{aR_{\text{p}} + R_2}{(1-a)R_{\text{p}} + R_1} \right) ; \quad D = \frac{T_{\text{H}}}{T} = \frac{R // (R' + kR_{\text{T}})}{R + R // (R' + kR_{\text{T}})}$$

Si hanno due formule di progetto utilizzando i valori estremi del duty-cycle:

– Cursore in A : $k = 0 \Rightarrow kR_T = 0 \Rightarrow D = D_{\text{MIN}} = 0,2 \Rightarrow$

$$D_{\text{MIN}} = \frac{R // R'}{R + R // R'} = \frac{\frac{RR'}{R + R'}}{R + \frac{RR'}{R + R'}} = \frac{\frac{RR'}{R + R'}}{\frac{R^2 + RR + RR'}{R + R'}} = \frac{R'}{R + 2R'}$$

– Cursore in B : $k = 1 \Rightarrow kR_T = R_T \Rightarrow D = D_{\text{MAX}} = 0,5 \Rightarrow$

$$D_{\text{MAX}} = \frac{R // (R' + R_T)}{R + R // (R' + R_T)} = \frac{\frac{R(R' + R_T)}{R + R' + R_T}}{\frac{R^2 + R(R' + R_T) + R(R' + R_T)}{R + R' + R_T}} = \frac{R' + R_T}{R + 2(R' + R_T)}$$

Poiché $D_{\text{MAX}} = \frac{R' + R_T}{R + 2(R' + R_T)} = 0,5 = \frac{1}{2}$, tale condizione si ottiene ponendo $R' + R_T \gg R$.

Infatti, trascurando al denominatore della frazione R rispetto a $2(R' + R_T)$, e semplificando risulterà $D_{\text{MAX}} \approx 0,5$. Tale condizione era stata già determinata

Con $D = D_{\text{MAX}}$, si ha: $T = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{aR_p + R_2}{(1-a)R_p + R_1} \right)$.

Da questa, nelle condizioni f_{MIN} e f_{MAX} , si ottengono le seguenti due formule di progetto

– Cursore in C: $a = 0 \Rightarrow aR_p = 0$ e $(1-a)R_p = R_p \Rightarrow f = f_{\text{MAX}} = 5\text{kHz} \rightarrow T = T_{\text{MIN}} = 0,2\text{ms}$

$$T_{\text{MIN}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_p + R_1} \right)$$

– Cursore in D: $a = 1 \Rightarrow aR_p = R_p$ e $(1-a)R_p = 0 \Rightarrow f = f_{\text{MIN}} = 1\text{kHz} \rightarrow T = T_{\text{MIN}} = 1\text{ms}$

$$T_{\text{MAX}} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_p + R_2}{R_1} \right)$$

Dimensionamento del circuito

Calcolo di R ; R' ; R_T

Dall'espressione di D_{MIN} si esplicita R' in funzione di R :

$$D_{\text{MIN}} = \frac{R'}{R + 2R'} \Rightarrow R' = RD_{\text{MIN}} + 2R'D_{\text{MIN}} \Rightarrow (1 - 2D_{\text{MIN}})R' = RD_{\text{MIN}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R' = \frac{D_{\text{MIN}}}{1 - 2D_{\text{MIN}}} R = \frac{0,2}{1 - 2 \cdot 0,2} R = \frac{R}{3}$$

Si fissa $R = 10\text{k}\Omega$ e si calcola R' : $R' = \frac{R}{3} = \frac{10 \cdot 10^3}{3} = 3,33\text{k}\Omega$, valore commerciale $3,3\text{k}\Omega$.

Tenendo conto della condizione $R' + R_T \gg R \Rightarrow R_T \gg R - R' = 6,7\text{k}\Omega$, si sceglie per R_T il valore di $1\text{M}\Omega$. Il potenziometro che verrà usato non ha variazione lineare, ma logaritmica.

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_P

Si pone $\frac{R_2}{R_P + R_1} = \frac{1}{8} \Rightarrow R_2 = \frac{1}{8}(R_P + R_1)$, e si assume $D = D_{\text{MAX}} = 0,5$. In tale ipotesi, si fa il rapporto membro a membro di T_{MAX} e T_{MIN} e, utilizzando la posizione appena posta, si esplicita R_1 in funzione di R_P :

$$\frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}} = \frac{\ln\left(1 + 2 \frac{R_P + R_2}{R_1}\right)}{\ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right)} = \frac{\ln\left(1 + 2 \frac{R_P + \frac{R_P + R_1}{8}}{R_1}\right)}{\ln\frac{4}{5}} = \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{9 R_P}{4 R_1}\right)}{\ln\frac{4}{5}} = \frac{\ln\left(\frac{5}{4} + \frac{9 R_P}{4 R_1}\right)}{\ln\frac{4}{5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{5}{4} + \frac{9 R_P}{4 R_1}\right) = \frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}} \ln\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{5}{4} + \frac{9 R_P}{4 R_1} = e^{\frac{T_{\text{MAX}} \ln\frac{4}{5}}{T_{\text{MIN}}}} \Rightarrow \frac{9 R_P}{4 R_1} = e^{\frac{T_{\text{MAX}} \ln\frac{4}{5}}{T_{\text{MIN}}}} - \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_P}{R_1} = \frac{4}{9} \left(e^{\frac{T_{\text{MAX}} \ln\frac{4}{5}}{T_{\text{MIN}}}} - \frac{5}{4} \right) \Rightarrow R_1 = \frac{9}{4 \left(e^{\frac{T_{\text{MAX}} \ln\frac{4}{5}}{T_{\text{MIN}}}} - \frac{5}{4} \right)} R_P = \frac{9}{4 \left(e^{\frac{1 \cdot 10^{-3} \ln\frac{4}{5}}{0,2 \cdot 10^{-3}} - \frac{5}{4}} \right)} R_P = 1,249 R_P$$

Si fissa $R_P = 10\text{k}\Omega$ e si calcola $R_1 = 1,249 \cdot R_P = 1,249 \cdot 10 \cdot 10^3 = 12,49\text{k}\Omega$, valore commerciale $12\text{k}\Omega$.

Si calcola R_2 : $R_2 = \frac{R_P + R_1}{8} = \frac{10 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}{8} = 2,75\text{k}\Omega$, valore commerciale $2,7\text{k}\Omega$.

Calcolo di C

Sempre nell'ipotesi $D = D_{\text{MAX}} = 0,5$, si calcola C da T_{MIN} : $T_{\text{MIN}} = 2RC \ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow C = \frac{T_{\text{MIN}}}{2R \ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right)} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \ln\left(1 + \frac{2 \cdot 2,7 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}\right)} = 45,56\text{nF},$$

valore commerciale 47nF .

Riassumendo: $C = 47\eta\text{F}$; $R' = 3,3\text{k}\Omega$; $R_T = 1\text{M}\Omega$; $R_1 = 12\text{k}\Omega$; $R_2 = 2,7\text{k}\Omega$; $R_P = 10\text{k}\Omega$;
 $IC = \text{TL081}$.

Con tali valori si ha:

Con $k = 1 \Rightarrow kR_T = R_T$ e $D = D_{\text{MAX}} = 0,5$

– $a = 0 \Rightarrow aR_P = 0$ e $(1 - a)R_P = R_P \Rightarrow T = T_{\text{MIN}} \rightarrow f = f_{\text{MAX}}$

$$T_{\text{MIN}} = 2RC \ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right) = 2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{2,7 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}\right) = 0,206\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}}} = \frac{1}{0,206 \cdot 10^{-3}} = 4,85\text{kHz} \quad ; \quad T_H = T_L = 0,103\text{ms}$$

– $a = 1 \Rightarrow aR_P = R_P$ e $(1 - a)R_P = 0 \Rightarrow T = T_{\text{MAX}} \rightarrow f = f_{\text{MAX}}$

$$T_{\text{MAX}} = 2RC \ln\left(1 + 2 \frac{R_P + R_2}{R_1}\right) = 2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3}\right) = 1,068\text{ms}$$

$$f_{\text{MIN}} = \frac{1}{T_{\text{MAX}}} = \frac{1}{1,068 \cdot 10^{-3}} = 0,936\text{kHz} \quad ; \quad T_H = T_L = 0,534\text{ms}$$

Con $k = 0 \Rightarrow kR_T = 0$ e $D = D_{\text{MIN}} = 0,2$

– $a = 0 \Rightarrow aR_P = 0$ e $(1 - a)R_P = R_P$; $R // R' = \frac{RR'}{R + R'} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 2,48\text{k}\Omega$

$$T_{H(\text{MIN})} = R // R' C \ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right) = 2,48 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{2,7 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}\right) = 0,0256\text{ms}$$

$$T_{L(\text{MIN})} = RC \ln\left(1 + 2 \frac{R_2}{R_P + R_1}\right) = 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{2,7 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}\right) = 0,103\text{ms}$$

$$T_{\text{MIN}} = T_{H(\text{MIN})} + T_{L(\text{MIN})} = 0,0256 \cdot 10^{-3} + 0,103 \cdot 10^{-3} = 0,129\text{ms}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}}} = \frac{1}{0,129 \cdot 10^{-3}} = 7,78\text{kHz} \quad ; \quad D_{\text{MIN}} = \frac{T_H}{T} = \frac{0,0256 \cdot 10^{-3}}{0,129 \cdot 10^{-3}} = 0,198 \cong 0,2$$

– $a = 1 \Rightarrow aR_P = R_P$ e $(1 - a)R_P = 0$; $R // R' = \frac{RR'}{R + R'} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 2,48\text{k}\Omega$

$$T_{H(\text{MAX})} = R // R' C \ln\left(1 + 2 \frac{R_P + R_2}{R_1}\right) = 2,48 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3}\right) = 0,132\text{ms}$$

$$T_{L(MAX)} = RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_2}{R_1} \right) = 10 \cdot 10^3 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \cdot \frac{10 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3} \right) = 0,532 \text{ms}$$

$$T_{MAX} = T_{H(MAX)} + T_{L(MAX)} = 0,132 \cdot 10^{-3} + 0,532 \cdot 10^{-3} = 0,664 \text{ms}$$

$$f_{MIN} = \frac{1}{T_{MAX}} = \frac{1}{0,664 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \text{kHz} \quad ; \quad D_{MIN} = \frac{T_H}{T} = \frac{0,132 \cdot 10^{-3}}{0,664 \cdot 10^{-3}} = 0,199 \cong 0,2$$

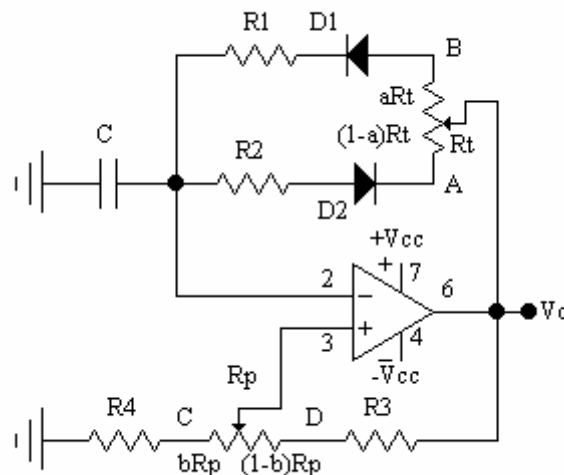
Riassumendo: con $D = 0,5 \rightarrow f = 0,936 \text{kHz} \div 4,85 \text{kHz}$

con $D = 0,2 \rightarrow f = 1,5 \text{kHz} \div 7,78 \text{kHz}$

Al variare del duty-cycle da 0,5 a 0,2 (ossia al variare di R_T) varia in diminuzione T_H , mentre T_L rimane costante; ciò provoca, al suo variare, anche la variazione della frequenza, spostando, man mano, il suo campo di variazione verso valori maggiori.

Nel caso si voglia mantenere costante il campo di variazione della frequenza, bisogna modificare il circuito in modo da compensare, al variare di R_T , la diminuzione di T_H con un uguale aumento di T_L .

Il circuito che fornisce tale funzionamento è il seguente.



Tramite R_T viene regolato il duty-cycle, mentre la frequenza rimane costante. Tramite R_P viene regolata la frequenza, mentre il duty-cycle resta costante.

Deve risultare $D = 0,2 \div 0,5$ e $f = 1 \text{kHz} \div 5 \text{kHz}$; $0 \leq a, b \leq 1$

– Cursore di R_T in A: $a = 1 \Rightarrow D = 0,5$; $0 \leq b \leq 1 \rightarrow f = 1 \text{kHz} \div 5 \text{kHz}$

– Cursore di R_T in B: $a = 0 \Rightarrow D = 0,2$; $0 \leq b \leq 1 \rightarrow f = 1 \text{kHz} \div 5 \text{kHz}$

– **Con $0 \leq a, b \leq 1$, si ha:**

$$T_H = (R_1 + aR_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad T_L = [R_2 + (1-a)R_T]C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right)$$

$$T = T_H + T_L = (R_1 + R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T} = \frac{R_1 + aR_T}{R_1 + R_2 + R_T}$$

– **Con $a = 0$ e $0 \leq b \leq 1$:** $aR_T = 0$ e $(1-a)R_T = R_T$, si ottiene T_{HMIN} :

$$T_{HMIN} = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad T_{LMAX} = (R_2 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right)$$

$$T = (R_1 + R_2 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad D = D_{MIN} = \frac{T_{HMIN}}{T} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_T}$$

– **Con $a = 1$ e $0 \leq b \leq 1$:** $aR_T = R_T$ e $(1-a)R_T = 0$, si ottiene T_{HMAX} :

$$T_{HMAX} = (R_1 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad T_{LMIN} = R_2 C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right)$$

$$T = (R_1 + R_2 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{bR_P + R_4}{(1-b)R_P + R_3} \right) \quad ; \quad D = D_{MAX} = \frac{T_{HMAX}}{T} = \frac{R_1 + R_T}{R_1 + R_2 + R_T}$$

– **Con $b = 0$ e $0 \leq a \leq 1$:** $bR_P = 0$ e $(1-b)R_P = R_P$, si ottiene T_{MIN} :

$$T_{MIN} = (R_1 + R_2 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_P + R_3} \right) \quad \Rightarrow \quad f_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}}$$

– **Con $b = 1$ e $0 \leq a \leq 1$:** $bR_P = R_P$ e $(1-b)R_P = 0$, si ottiene T_{MAX} :

$$T_{MAX} = (R_1 + R_2 + R_T) C \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right) \quad \Rightarrow \quad f_{MIN} = \frac{1}{T_{MAX}}$$

Dimensionamento del circuito

Calcolo di R_1 ; R_2 ; R_T

Dal rapporto D_{MAX}/D_{MIN} si esplicita R_1 in funzione di R_T :

$$\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} = \frac{R_1 + R_T}{R_1} = 1 + \frac{R_T}{R_1} \Rightarrow \frac{R_T}{R_1} = \frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1} R_T = \frac{1}{\frac{0,5}{0,2} - 1} R_T = 0,67 R_T$$

Si fissa $R_T = 10k\Omega$ e si calcola $R_1 = 0,67 \cdot R_T = 0,67 \cdot 10 \cdot 10^3 = 6,7k\Omega$, valore commerciale $6,8k\Omega$.

$$\text{Da } D_{MAX} \text{ si calcola } R_2: \quad D_{MAX} = \frac{R_1 + R_T}{R_1 + R_2 + R_T} \Rightarrow R_1 + R_T = (R_1 + R_T) D_{MAX} + R_2 D_{MAX} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{(R_1 + R_T)(1 - D_{MAX})}{D_{MAX}} = \frac{(6,8 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3)(1 - 0,5)}{0,5} = 16,8k\Omega, \text{ valore commerciale } 18k\Omega.$$

Calcolo di C

Si pone $\frac{R_P + R_4}{R_3} = 1$ e si calcola C da T_{MAX} :

$$T_{MAX} = (R_1 + R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right) = (R_1 + R_2 + R_T)C \ln 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{T_{MAX}}{(R_1 + R_2 + R_T) \ln 3} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{(6,8 \cdot 10^3 + 18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3) \ln 3} = 26,16 \eta F$$

valore commerciale 27 η F.

Calcolo di R_3 ; R_4 ; R_P

Dalla posizione precedente e dal rapporto T_{MIN}/T_{MAX} , si esplicita R_4 in funzione di R_P :

$$\frac{R_P + R_4}{R_3} = 1 \Rightarrow R_3 = R_P + R_4$$

$$\frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} = \frac{\ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_P + R_3} \right)}{\ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right)} = \frac{\ln \left(1 + \frac{2R_4}{R_4 + 2R_P} \right)}{\ln 3} \Rightarrow \ln \left(1 + \frac{2R_4}{R_4 + 2R_P} \right) = \frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} \ln 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2R_4}{R_4 + 2R_P} = e^{\frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} \ln 3} - 1 \Rightarrow \frac{R_4 + 2R_P}{2R_4} = \frac{1}{2} + \frac{R_P}{R_4} = \frac{1}{e^{\frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} \ln 3} - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_P}{R_4} = \frac{1}{e^{\frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} \ln 3} - 1} - \frac{1}{2} \Rightarrow R_4 = \frac{1}{\frac{1}{e^{\frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} \ln 3} - 1} - \frac{1}{2}}} R_P = \frac{1}{\frac{1}{\frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} \ln 3} - 1} - \frac{1}{2}} R_P = 0,28 R_P$$

Si fissa $R_P = 100k\Omega$ e si calcola $R_4 = 0,28 \cdot R_P = 0,28 \cdot 100 \cdot 10^3 = 28k\Omega$, valore commerciale 27k Ω .

$$R_3 = R_P + R_4 = 100 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3 = 127k\Omega, \text{ valore commerciale } 120k\Omega.$$

Riassumendo: C = 27 η F ; $R_1 = 6,8k\Omega$; $R_2 = 18k\Omega$; $R_T = 10k\Omega$; $R_3 = 120k\Omega$; $R_4 = 27k\Omega$; $R_P = 100k\Omega$; IC = TL081.

Con tali valori, si ha:

$$D_{\text{MAX}} = \frac{R_1 + R_T}{R_1 + R_2 + R_T} = \frac{6,8 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3}{6,8 \cdot 10^3 + 18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} = 0,483 \quad \text{con } a = 1$$

$$D_{\text{MIN}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_T} = \frac{6,8 \cdot 10^3}{6,8 \cdot 10^3 + 18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} = 0,195 \quad \text{con } a = 0$$

$$\begin{aligned} T_{\text{MAX}} &= (R_1 + R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right) = \\ &= (6,8 \cdot 10^3 + 18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3) \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^3} \right) = 1,068 \text{ms} \end{aligned}$$

$$f_{\text{MIN}} = \frac{1}{T_{\text{MAX}}} = \frac{1}{1,068 \cdot 10^{-3}} = 4,85 \text{kHz} \quad \text{con } b = 1$$

$$\begin{aligned} T_{\text{MIN}} &= (R_1 + R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_P + R_3} \right) = \\ &= (6,8 \cdot 10^3 + 18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3) \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 120 \cdot 10^3} \right) = 0,206 \text{ms} \end{aligned}$$

$$f_{\text{MAX}} = \frac{1}{T_{\text{MIN}}} = \frac{1}{0,206 \cdot 10^{-3}} = 4,85 \text{kHz} \quad \text{con } b = 1$$

$$T_{\text{H(MIN)}} = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_P + R_3} \right) = 6,8 \cdot 10^3 \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 120 \cdot 10^3} \right) = 0,04 \text{ms}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{L(MIN)}} &= (R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_4}{R_P + R_3} \right) = \\ &= (18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3) \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3 + 120 \cdot 10^3} \right) = 0,166 \text{ms} \end{aligned}$$

$$T_{\text{H(MAX)}} = R_1 C \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right) = 6,8 \cdot 10^3 \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^3} \right) = 0,209 \text{ms}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{L(MAX)}} &= (R_2 + R_T)C \ln \left(1 + 2 \frac{R_P + R_4}{R_3} \right) = \\ &= (18 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3) \cdot 27 \cdot 10^{-9} \ln \left(1 + 2 \frac{100 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^3} \right) = 0,859 \text{ms} \end{aligned}$$

Procedimento di verifica

1. Si monta il primo circuito e si collega l'alimentazione $V_{CC} = \pm 12V$.
2. Si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6) e si misura l'ampiezza del segnale.

3. Si agisce sul potenziometro R_P e si verifica che varia il periodo ma non il duty-cycle.
4. Si agisce su R_T e si verifica la variazione della durata del segnale a livello alto e nessuna variazione di durata a livello basso.
5. Si fissa il valore di R_T al suo massimo (tutto inserito, cursore in A, $k = 1$) si regola R_P col cursore in D (tutto inserito su R_1 , $a = 0$).
6. Si misurano T ; T_H ; T_L e, dai valori misurati, si calcolano $f = 1/T$ e $D = T_H/T$.
7. Si posiziona il cursore di R_P al centro (si scollega un estremo di R_P e si tara a metà corsa con l'ohmetro) e si ripete il punto 6.
8. Si posiziona il cursore di R_P in C (tutto inserito su R_2 , $a = 1$) e si ripete il punto 6.
9. Si fissa il valore di R_T a zero (tutto disinserito, cursore in B, $k = 0$) e si posiziona R_P col cursore in D (tutto inserito su R_1 , $a = 0$).
10. Si ripetono i punti 6; 7; 8.
11. Si tabulano i dati.
12. Si monta il secondo circuito e si collega l'alimentazione $V_{CC} = \pm 12V$.
13. Si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita (pin 6) e si misura l'ampiezza del segnale.
14. Si agisce sul potenziometro R_P e si verifica che varia il periodo ma non il duty-cycle.
15. Si agisce su R_T e si verifica la variazione della durata del segnale sia a livello alto sia a livello basso, che si compensano in modo da lasciare inalterato il periodo.
16. Si fissa $a = 0$, cursore di R_T in B, R_T tutto inserito su R_2 .
17. Si fissa $b = 0$, cursore di R_P in C, tutto inserito su R_3 .
18. Si misurano T ; T_H ; T_L e, dai valori misurati, si calcolano $f = 1/T$ e $D = T_H/T$.
19. Si fissa $b = 0,5$, cursore di R_P circa al centro, valore di R_P equamente suddiviso tra R_3 e R_4 . Si ripete il punto 18.
20. Si fissa $b = 1$, cursore di R_P in D, R_P tutto inserito su R_4 . Si ripete il punto 18.
21. Si fissa $a = 0,5$, cursore di R_T circa al centro, valore di R_T equamente suddiviso tra R_1 e R_2 . Si ripetono i punti da 17 a 20.
22. Si fissa $a = 1$, cursore di R_T in A, valore di R_T tutto inserito su R_2 . Si ripetono i punti da 17 a 20.
23. Si tabulano i dati.

Tabulazione dei dati

Primo circuito											
Valori misurati - S.V. = 5V/div											
$\mu s/div$		M Ω	k Ω		ms			kHz	adim	Volt	
B.T.	a	R_T	R_2+aR_T	$R_1+(1-a)R_T$	T_H	T_L	T	f	D	V_{oH}	V_{oL}
200	1	1	12,7	12	0,68	0,68	1,36	0,735	0,5	+11	-11
200	0,5	1	7,7	17	0,37	0,37	0,74	1,35	0,5	+11	-11
50	0	1	2,7	22	0,1175	0,1175	0,235	4,25	0,5	+11	-11
200	1	0	12,7	12	0,19	0,70	0,88	1,136	0,216	+11	-11
200	0,5	0	7,7	17	0,10	0,37	0,47	2,13	0,212	+11	-11
50	0	0	2,7	22	0,0325	0,115	0,150	6,67	0,217	+11	-11
Valori calcolati - S.V. = 5V/div											
200	1	1	12,7	12	0,534	0,534	1,068	0,963	0,5	+11	-11
200	0,5	1	7,7	17	0,303	0,303	0,606	1,65	0,5	+11	-11
50	0	1	2,7	22	0,103	0,103	0,203	4,85	0,5	+11	-11
200	1	0	12,7	12	0,132	0,132	0,664	1,5	0,2	+11	-11
200	0,5	0	7,7	17	0,0752	0,0752	0,378	2,64	0,2	+11	-11
50	0	0	2,7	22	0,0256	0,0256	0,129	7,78	0,2	+11	-11
Tenendo fisso R_T e variando R_P cambia il periodo T, ossia la frequenza, ma non viene modificato il duty-cycle D.											
Tenendo fisso R_P e variando R_T cambia la durata di T_H ma non varia quella di T_L, variano D e f.											

Secondo circuito											
Valori misurati - S.V. = 5V/div $V_{oH} = -V_{oL} = 11V$											
$\mu s/div$		k Ω			k Ω		ms			kHz	adim
B.T.	a	R_1+aR_T	$R_2+(1-a)R_T$	b	R_4+bR_P	$R_3+(1-b)R_P$	T_H	T_L	T	f	D
50	0	6,8	28	0	27	220	0,04	0,18	0,22	4,545	0,18
100	0	6,8	28	0,5	77	170	0,14	0,54	0,67	1,49	0,209
200	0	6,8	28	1	127	220	0,22	0,92	1,16	0,862	0,19
50	0,5	11,8	23	0	27	220	0,075	0,145	0,22	4,545	0,341
100	0,5	11,8	23	0,5	77	170	0,23	0,44	0,67	1,49	0,343
200	0,5	11,8	23	1	127	220	0,38	0,76	1,14	0,877	0,334
50	1	16,8	18	0	27	220	0,115	0,10	0,215	4,65	0,535
100	1	16,8	18	0,5	77	170	0,32	0,35	0,67	1,49	0,478
200	1	16,8	18	1	127	220	0,50	0,60	1,14	0,877	0,439
Valori calcolati - S.V. = 5V/div $V_{oH} = -V_{oL} = 11V$											
50	0	6,8	28	0	27	220	0,04	0,166	0,206	4,85	0,195
100	0	6,8	28	0,5	77	170	0,118	0,488	0,606	1,65	0,195
200	0	6,8	28	1	127	220	0,209	0,859	1,068	0,936	0,195
50	0,5	11,8	23	0	27	220	0,07	0,136	0,206	4,85	0,339
100	0,5	11,8	23	0,5	77	170	0,205	0,401	0,606	1,65	0,339
200	0,5	11,8	23	1	127	220	0,362	0,706	1,068	0,936	0,339
50	1	16,8	18	0	27	220	0,103	0,103	0,206	4,85	0,483
100	1	16,8	18	0,5	77	170	0,293	0,293	0,606	1,65	0,483
200	1	16,8	18	1	127	220	0,468	0,468	1,068	0,936	0,483
<p>Tenendo fisso R_T e variando R_P cambia il periodo T , ossia la frequenza, ma non viene modificato il duty-cycle D.</p> <p>Tenendo fisso R_P e variando R_T cambiano le durate di T_H e di T_L in modo da compensarsi e tenere costante il periodo T, varia D mentre la frequenza resta costante.</p>											