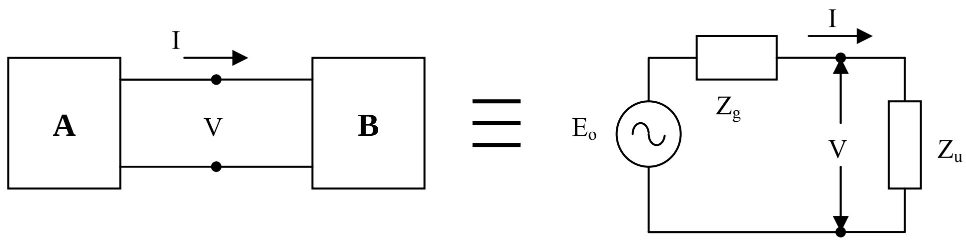
QUADRIPOLI – TRASFERIMENDO DI ENERGIA – ADATTAMENTO

Dati due circuiti A e B, come in figura, si suppone che il circuito A mantenga ai terminali del circuito B una differenza di potenziale e gli fornisca corrente, ossia gli fornisce potenza.



Il circuito B, che assorbe potenza, può essere schematizzato come un utilizzatore, in quanto ai suoi morsetti è applicabile la legge di Ohm $Z_u = \frac{V}{I}$ (dove V ed I sono valori efficaci).

Il circuito A, che eroga potenza, può essere schematizzato come un generatore di tensione (o di corrente) costituito da un generatore ideale di tensione E_o con in serie una impedenza equivalente Z_g. la forza elettromotrice E_o del generatore ideale di tensione è la tensione a vuoto tra i due terminali del circuito A; l'impedenza equivalente Z_g è l'impedenza vista tra i due stessi terminali a vuoto una volta eliminati i generatori indipendenti del circuito A. Il circuito equivalente di A e di B è quello di figura..

Tale schematizzazione è utilizzabile in tutti i casi in cui si ha la connessione tra un sistema A che fornisce segnale (e quindi potenza) ed un sistema B che utilizza (riceve) tale segnale. Si sottintende che i circuiti A e B sono lineari.

Quello che interessa determinare sono le condizioni ottimali di collegamento dei due sistemi, ossia

a. evitare ritorno di segnale dal carico verso il generatore (riflessione di segnale);

b. rendere massima la potenza trasferita dal generatore al carico.

ADATTAMENTO DI UNIFORMITÀ

Non si avranno riflessioni di segnale (la tensione sul carico è in fase con quella del generatore). La condizione da imporre è la seguente:

$$\overline{Z}_u = \overline{Z}_g \quad \Rightarrow \quad \overline{V} = \frac{\overline{E}_o}{\overline{Z}_g + \overline{Z}_u} \cdot \overline{Z}_u = \frac{\overline{E}_o}{2}$$

ADATTAMENTO ENERGETICO

Si avrà il massimo trasferimento di potenza dal generatore al carico se $\overline{Z}_g = \overline{Z}_u^*$.

Essendo $\overline{Z}_g = R_g + jX_g$ e $\overline{Z}_u = R_u + jX_u$, la condizione $\overline{Z}_g = \overline{Z}_u^*$ si traduce in $R_g = R_u$ e $X_g = -X_u$.

Poiché $P = |\overline{V}| \cdot |\overline{I}| = |\overline{I}|^2 \cdot |\overline{Z}|$, P è massima quando I è massima, perciò:

$$\left|\overline{I}\right| = \frac{\left|\overline{E}_o\right|}{\left|\overline{Z}_g + \overline{Z}_u\right|} = \frac{\left|\overline{E}_o\right|}{\left|\left(R_g + R_u\right) + j\left(X_g + X_u\right)\right|} = \frac{\left|\overline{E}_o\right|}{\sqrt{\left(R_g + R_u\right)^2 + \left(X_g + X_u\right)^2}}$$

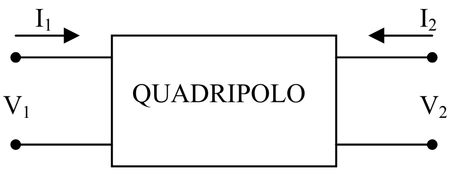
Perché I sia massima, il denominatore deve essere minimo. Essendo la parte reattiva (che immagazzina energia) somma di due reattanze, può essere eliminata imponendo che abbiano caratteristiche opposte, ossia $X_g = -X_u$ (una induttiva e l'altra cap0acitiva). In tale ipotesi:

$$\left|\overline{I}\right| = \frac{\left|\overline{E}_o\right|}{R_g + R_u}$$

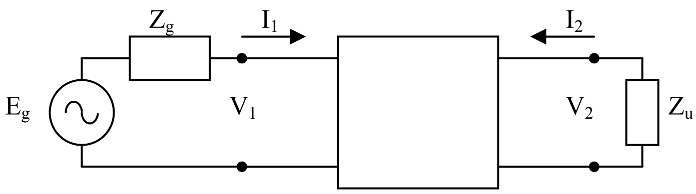
Si avrà il massimo trasferimento di potenza se $R_g = R_u$.

Nel caso in cui $\overline{Z}_g = R_g$ e $\overline{Z}_u = R_u$ (impedenze puramente resistive), le due condizioni di adattamento coincidono, ossia se $R_g = R_u$ si avrà una sola condizioni di adattamento che garantisce sia il massimo trasferimento di potenza sia l'assenza di riflessioni.

QUADRIPOLO: rete comunque complessa con due terminali d'ingresso e due terminali d'uscita.

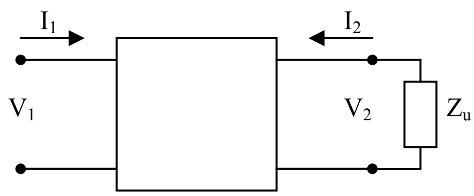


Convenzionalmente si assume come verso positivo delle correnti quello entrante nel quadripolo (sia in ingresso sia in uscita).
Ai morsetti d'ingresso è collegato un generatore di segnale (generatore sorgente); ai morsetti d'uscita un carico (circuito pilotato).

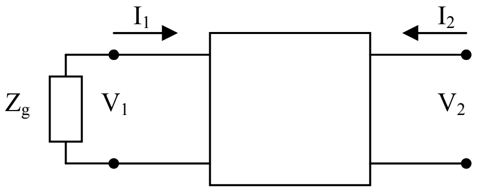


I terminali d'ingresso, con uscita chiusa sul carico Z_u, visti dal generatore di segnale, si comportano come un carico Z_{in}, definito come

$$\overline{Z}_{in} = \frac{\overline{V}_1}{\overline{I}_1} \rightarrow$$



I terminali d'uscita, con ingresso chiuso sul generatore di segnale, si comportano, visti dal carico Z_u, come un generatore la cui impedenza equivalente si calcola, secondo Thèvenin, come



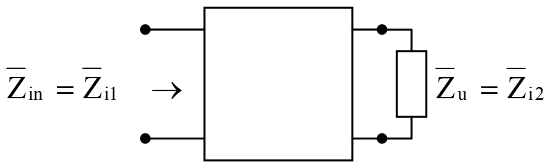
$$\leftarrow \quad \overline{Z}_{out} = \left.\frac{\overline{V}_2}{\overline{I}_2}\right|_{E_g=0}$$

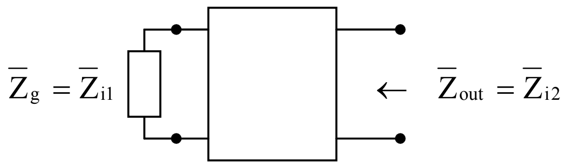
Se si opera a frequenze molto elevate oppure il quadripolo rappresenta una linea di trasmissione, occorre che siano rispettate le **condizioni di adattamento**, ossia $\overline{Z}_g = \overline{Z}_{in}$ e $\overline{Z}_u = \overline{Z}_{out}$.

IMPEDENZE IMMAGINI E ITERATIVE

Le impedenze d'ingresso e d'uscita di un quadripolo dipendono anche dalle impedenze su cui è chiuso, rendendo complicato l'adattamento. Sono state, perciò, ricercate due coppie di impedenze di chiusura, uniche per ogni quadripolo, che godono di proprietà particolari e che consentono di risolvere facilmente il problema dell'adattamento. Si tratta delle **impedenze immagine** e delle **impedenze iterative**.

Si definiscono **impedenze immagine** (Z_{i1}, Z_{i2}) di un dato quadripolo due impedenze che godono della seguente proprietà: **se si collega ai morsetti 2 l'impedenza Z_{i2}, l'impedenza che si misura ai morsetti 1 (Z_{in}) risulta pari a Z_{i1}; viceversa, chiudendo i morsetti 1 su un'impedenza pari a Z_{i1}, l'impedenza misurata ai morsetti 2 (Z_{out}) risulta pari a Z_{i2}**.



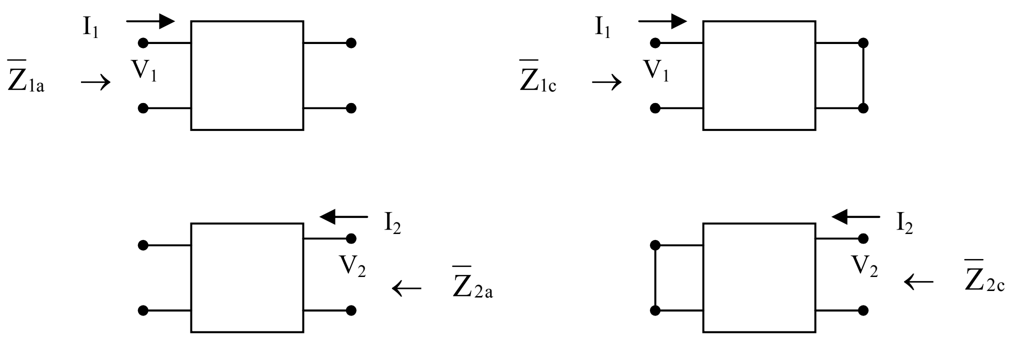


Le impedenze immagine dipendono dalla costituzione del quadripolo e sono determinabili tramite misure di impedenze:

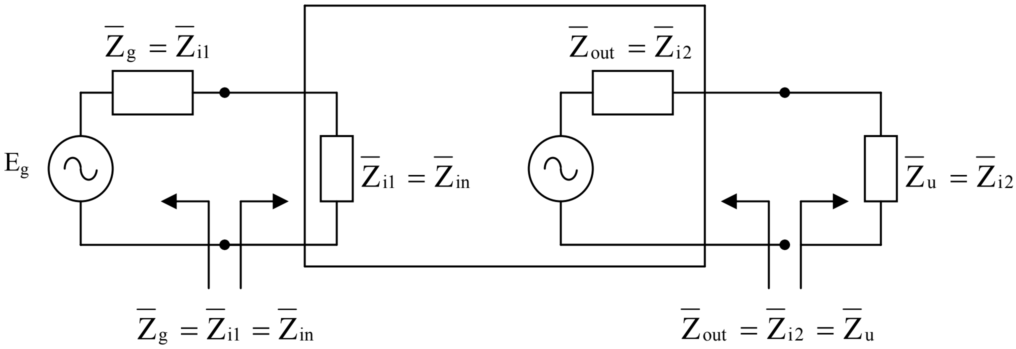
$$\overline{Z}_{i1} = \sqrt{\overline{Z}_{1a} \cdot \overline{Z}_{1c}} \qquad\qquad \overline{Z}_{i2} = \sqrt{\overline{Z}_{2a} \cdot \overline{Z}_{2c}}$$

dove

- $\overline{Z}_{1a}$: impedenza ai morsetti 1 quando i morsetti 2 sono a circuito aperto
- $\overline{Z}_{1c}$: impedenza ai morsetti 1 quando i morsetti 2 sono in corto circuito
- $\overline{Z}_{2a}$: impedenza ai morsetti 2 quando i morsetti 1 sono a circuito aperto
- $\overline{Z}_{2c}$: impedenza ai morsetti 2 quando i morsetti 1 sono in corto circuito



Un quadripolo chiuso sulle proprie impedenze immagine risulta adattato: $\overline{Z}_g = \overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_u = \overline{Z}_{i2}$. Risulta verificata la condizione di adattamento sia ai morsetti 1 sia ai morsetti2.



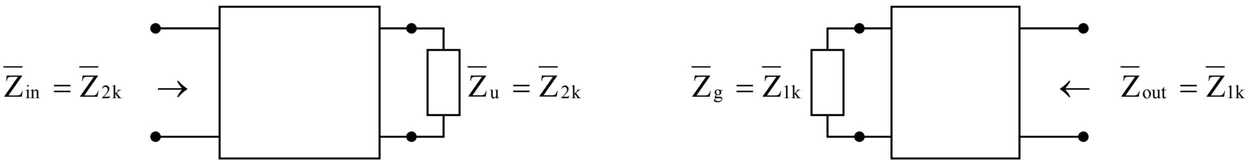
Per le proprietà delle impedenze immagini si ha:

- Il quadripolo mostra al generatore una impedenza Z_{i1} e quindi ai morsetti 1 è verificata la condizione di adattamento: $\overline{Z}_g = \overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{in}$.
- Il quadripolo mostra ai morsetti 2 un'impedenza pari a Z_{i2} e quindi è verificata anche ai morsetti 2 la condizione di adattamento: $\overline{Z}_{out} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_u$.

Se le due impedenze immagini sono uguali, $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2}$, il quadripolo è **simmetrico**.

Un quadripolo è simmetrico quando le due coppie di terminali possono essere utilizzate indifferentemente come ingresso o come uscita. Un doppino telefonico, linea bifilare, è simmetrico, il suo comportamento non cambia qualunque dei due capi usiamo come ingresso o come uscita.

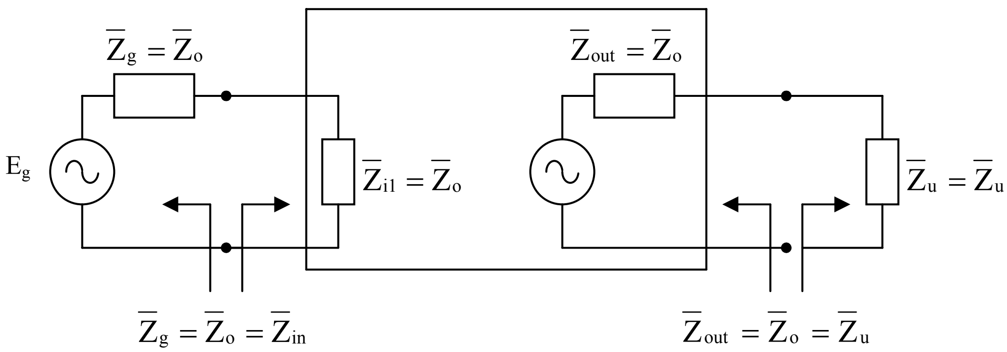
Si definiscono **impedenze iterative** (Z_{1k}, Z_{2k}) due impedenze che godono della seguente proprietà: **se si chiudono i morsetti 2 sull'impedenza Z_{2k}, l'impedenza mostrata ai morsetti 1 (Z_{in}) risulta pari a Z_{2k}; viceversa, se si chiudono i morsetti 1 sull'impedenza Z_{1k}, l'impedenza mostrata ai morsetti 2 (Z_{out}) risulta uguale a Z_{1k}.**



Per i quadripoli simmetrici $\left(\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2}\right)$ le impedenze immagini sono uguali tra loro e sono uguali alle impedenze iterative:

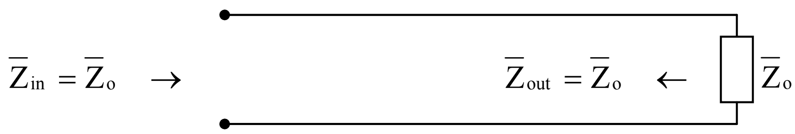
$$\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$$

In questo caso si ha un valore comune di impedenza detto **impedenza caratteristica** $\left(\overline{Z}_o\right)$ del quadripolo. Poiché essa è sia immagine che iterativa, gode delle proprietà di entrambe.

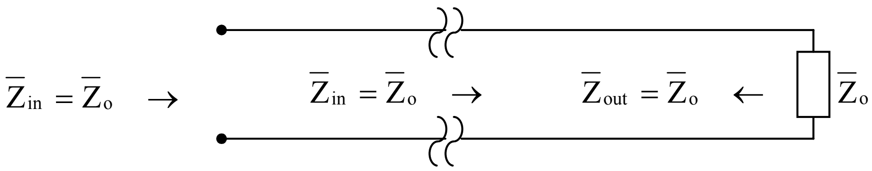


Un quadripolo, chiuso sulla sua impedenza caratteristica è **adattato**, poiché le sue impedenze d'ingresso (Z_{in}) e d'uscita (Z_{out}) sono uguali a Z_o.
Una linea di trasmissione è rappresentata da un quadripolo simmetrico. Se essa è chiusa sulla propria impedenza caratteristica, godrà delle seguenti proprietà:

- l'impedensa di ingresso è $\overline{Z}_{in} = \overline{Z}_o$



- L'impedenza d'uscita è $\overline{Z}_{out} = \overline{Z}_o$
- La linea è in condizioni di adattamento sia in ingresso che in uscita. Se l'impedenza caratteristica è puramente resistiva $\left(\overline{Z}_o = R_o\right)$, l'adattamento è sia energetico sia di uniformità; pertanto, si ha il massimo trasferimento di potenza.
- In ogni sezione della linea l'impedenza è Z_o. troncando in un suo punto la linea, il tronco restante presenterà ancora impedenza caratteristica Z_o.



ESEMPIO E VERIFICHA SPERIMENTALE N° 1

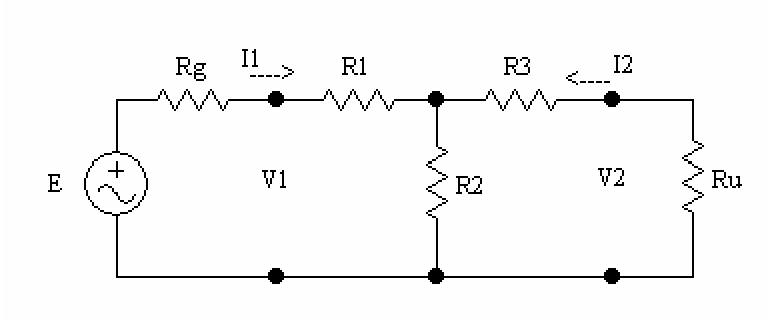
Si consideri il quadripolo di figura:

a. calcolare le impedenze d'ingresso e d'uscita quando $\overline{Z}_g = R_g$ e $\overline{Z}_u = R_u$;

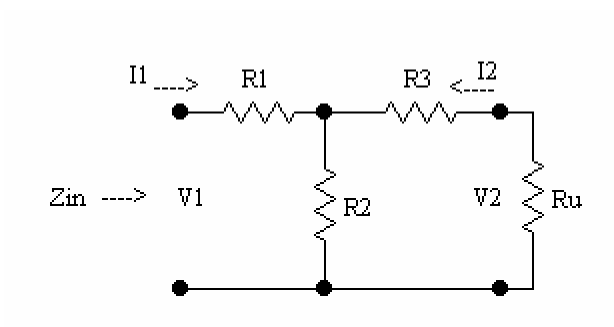
b. trovare le impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$;

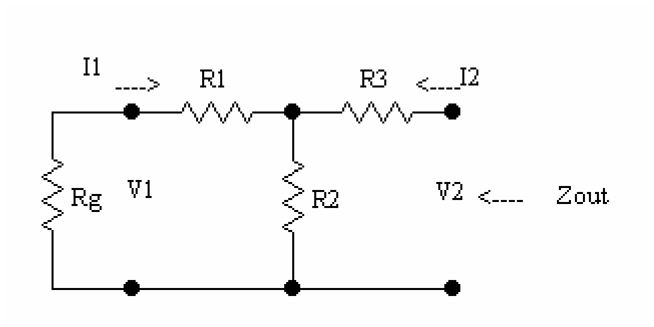
c. trovare le impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ e $\overline{Z}_{2k}$;

d. nel caso in cui $R_1 = R_3$, quadripolo simmetrico, verificare le uguaglianze $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$.



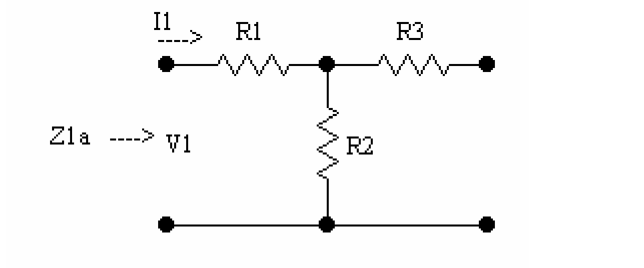
a. Impedenze d'ingresso e d'uscita quando $\overline{Z}_g = R_g$ e $\overline{Z}_u = R_u$

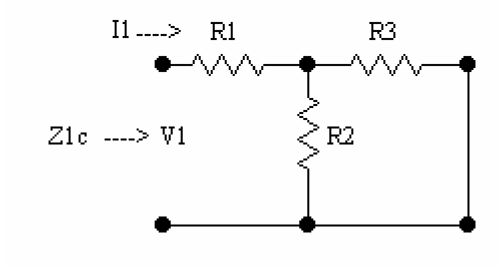




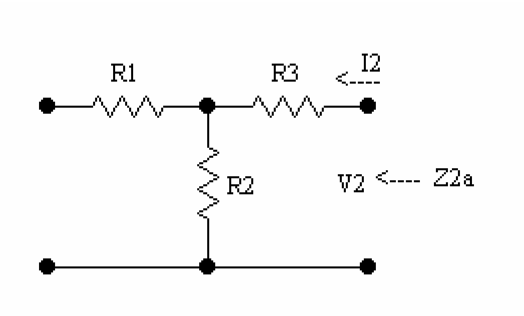
$$\overline{Z}_{in} = \frac{V_1}{I_1} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_u)}{R_2 + R_3 + R_u} \qquad \overline{Z}_{out} = \frac{V_2}{I_2} = R_3 + \frac{R_2(R_1 + R_g)}{R_2 + R_1 + R_g}$$

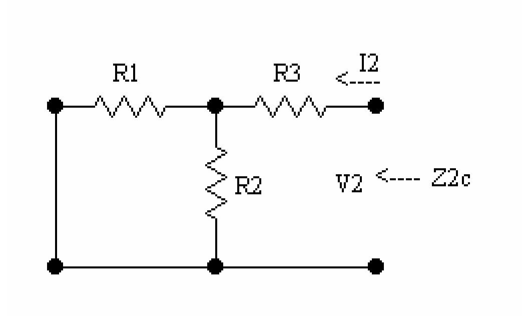
b. trovare le impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$





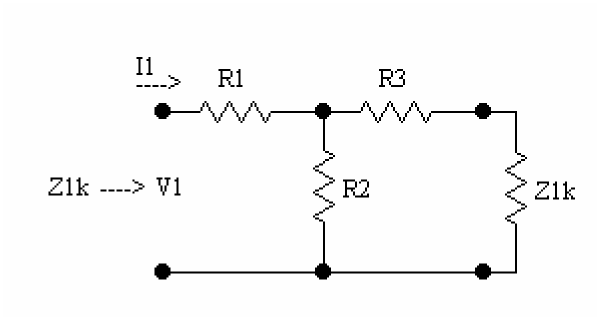
$$\left|\begin{array}{l} Z_{1a} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_1 + R_2 \\[2ex] Z_{1c} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \end{array}\right. \Rightarrow \quad Z_{i1} = \sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = \sqrt{(R_1 + R_2)\left(R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)}$$

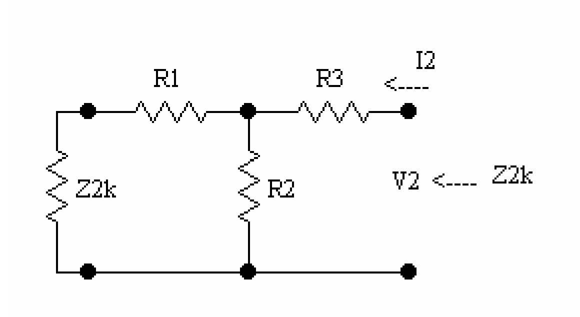




$$\left|\begin{array}{l} Z_{2a} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_2 + R_3 \\[2ex] Z_{2c} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0} = R_3 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{array}\right. \Rightarrow \quad Z_{i2} = \sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = \sqrt{(R_2 + R_3)\left(R_3 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)}$$

c. trovare le impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ **e** $\overline{Z}_{2k}$





$$Z_{2k} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + Z_{2k})}{R_2 + R_3 + Z_{2k}} \quad \Rightarrow \quad Z_{2k}(R_2 + R_3) + Z_{2k}^2 = R_1(R_2 + R_3) + R_1 Z_{2k} + R_2 R_3 + R_2 Z_{2k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{2k}^2 + Z_{2k}(R_2 + R_3) - R_1 Z_{2k} - R_2 Z_{2k} - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{2k}^2 + (R_3 - R_1) Z_{2k} - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = 0$$

$$Z_{2k} = \frac{R_1 - R_3 \pm \sqrt{(R_3 - R_1)^2 + 4(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)}}{2} =$$

$$= \frac{R_1 - R_3 \pm \sqrt{R_3^2 + R_1^2 - 2R_1 R_3 + 4R_1 R_2 + 4R_1 R_3 + 4R_2 R_3}}{2} =$$

$$= \frac{R_1 - R_3 \pm \sqrt{R_3^2 + R_1^2 + 2R_1R_3 + 4R_1R_2 + 4R_2R_3}}{2} = \frac{R_1 - R_3 \pm \sqrt{(R_1 + R_3)^2 + 4R_2(R_1 + R_3)}}{2} =$$

$$= \frac{R_1 - R_3 \pm \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2}$$

La quantità sotto radice è sicuramente positiva, pertanto, esistono soluzioni reali. Poiché il radicando ha valore sicuramente maggiore della quantità $R_1 - R_3$, si scarta la soluzione negativa, e si ha:

$$Z_{2k} = \frac{R_1 - R_3 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2}$$

$$Z_{1k} = R_3 + \frac{R_2(R_1 + Z_{1k})}{R_2 + R_1 + Z_{1k}} \Rightarrow Z_{1k}(R_1 + R_2) + Z_{1k}^2 = R_3(R_1 + R_2) + R_3Z_{1k} + R_1R_2 + R_2Z_{1k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z_{1k}^2 + Z_{1k}(R_1 + R_2) - R_3Z_{1k} - R_2Z_{1k} - (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z_{1k}^2 + (R_1 - R_3)Z_{1k} - (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) = 0$$

$$Z_{1k} = \frac{R_3 - R_1 \pm \sqrt{(R_1 - R_3)^2 + 4(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)}}{2} =$$

$$= \frac{R_3 - R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + R_3^2 - 2R_1R_3 + 4R_1R_2 + 4R_1R_3 + 4R_2R_3}}{2} =$$

$$= \frac{R_3 - R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + R_3^2 + 2R_1R_3 + 4R_1R_2 + 4R_2R_3}}{2} = \frac{R_3 - R_1 \pm \sqrt{(R_1 + R_3)^2 + 4R_2(R_1 + R_3)}}{2} =$$

$$= \frac{R_3 - R_1 \pm \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2}$$

Come prima, esistono le soluzioni reali, si scarta la soluzione negativa, e si ha:

$$Z_{1k} = \frac{R_3 - R_1 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2}$$

d. nel caso in cui $R_1 = R_3$, quadripolo simmetrico, verificare le uguaglianze $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$

$$Z_{i1} = \sqrt{(R_1 + R_2)\left(R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}\right)} = \sqrt{(R_1 + R_2)\left(R_1 + \frac{R_2R_1}{R_2 + R_1}\right)} =$$

$$= \sqrt{(R_1 + R_2) \cdot \frac{R_1R_2 + R_1^2 + R_1R_2}{R_2 + R_1}} = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)}$$

$$Z_{i2} = \sqrt{(R_2 + R_3)\left(R_3 + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)} = \sqrt{(R_2 + R_1)\left(R_1 + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)} == \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)} = Z_{i1}$$

$$Z_{1k} = \frac{R_3 - R_1 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2} = \frac{R_1 - R_1 + \sqrt{(R_1 + R_1)(R_1 + R_1 + 4R_2)}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2R_1(2R_1 + 4R_2)}}{2} = \frac{\sqrt{4R_1(R_1 + 2R_2)}}{2} = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)}$$

$$Z_{2k} = \frac{R_1 - R_3 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2} = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)} = Z_{1k}$$

Poiché $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)}$, l'impedenza caratteristica è $Z_o = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)}$.

CALCOLO DELLE IMPEDENZE – CASO PRATICO

Si calcolano le impedenze immagine, iterative e caratteristica con i seguenti valori:

$R_1 = 12k\Omega$ $\quad R_2 = 27k\Omega$ $\quad R_3 = 33k\Omega$ $\quad R_g = 6{,}8k\Omega$ $\quad R_u = 22k\Omega$

a. calcolo delle impedenze d'ingresso e d'uscita

$$\overline{Z}_{in} = \frac{V_1}{I_1} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_u)}{R_2 + R_3 + R_u} = 12 \cdot 10^3 + \frac{27 \cdot 10^3 \cdot (33 \cdot 10^3 + 22 \cdot 10^3)}{27 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 + 22 \cdot 10^3} = 30{,}11k\Omega$$

$$\overline{Z}_{out} = \frac{V_2}{I_2} = R_3 + \frac{R_2(R_1 + R_g)}{R_2 + R_1 + R_g} = 33 \cdot 10^3 + \frac{27 \cdot 10^3 \cdot (12 \cdot 10^3 + 6{,}8 \cdot 10^3)}{27 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3 + 6{,}8 \cdot 10^3} = 44{,}08k\Omega$$

b. calcolo delle impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$

$$Z_{1a} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_1 + R_2 = 12 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3 = 39k\Omega$$

$$Z_{1c} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = 12 \cdot 10^3 + \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 33 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3} = 26{,}85k\Omega$$

$$Z_{i1} = \sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = \sqrt{39 \cdot 10^3 \cdot 26{,}85 \cdot 10^3} = 32{,}26k\Omega$$

$$Z_{i1} = \sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = \sqrt{(R_1 + R_2)\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)} = 32{,}26\text{k}\Omega$$

$$Z_{2a} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_2 + R_3 = 27 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 = 60\text{k}\Omega$$

$$Z_{2c} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 33 \cdot 10^3 + \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 27 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3} = 41{,}31\text{k}\Omega$$

$$Z_{i2} = \sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = \sqrt{60 \cdot 10^3 \cdot 41{,}31 \cdot 10^3} = 49{,}78\text{k}\Omega$$

$$Z_{i2} = \sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = \sqrt{(R_2 + R_3)\left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)} = 49{,}78\text{k}\Omega$$

c. calcolo delle impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ **e** $\overline{Z}_{2k}$

$$Z_{1k} = \frac{R_3 - R_1 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2} =$$

$$= \frac{12 \cdot 10^3 - 33 \cdot 10^3 + \sqrt{(12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3)(12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 + 4 \cdot 27 \cdot 10^3)}}{2} = 30{,}99\text{k}\Omega$$

$$Z_{2k} = \frac{R_1 - R_3 + \sqrt{(R_1 + R_3)(R_1 + R_3 + 4R_2)}}{2}$$

$$= \frac{33 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3 + \sqrt{(12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3)(12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 + 4 \cdot 27 \cdot 10^3)}}{2} = 51{,}99\text{k}\Omega$$

d. se $R_1 = R_3$**, calcolo dell'impedenza caratteristica e verifica che** $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_{o}$

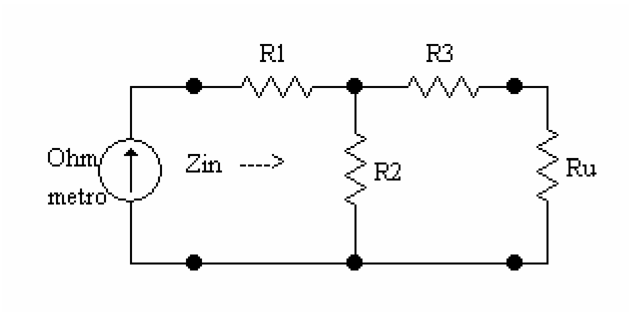
$$\overline{Z}_o = \overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \sqrt{R_1(R_1 + 2R_2)} = \sqrt{12 \cdot 10^3(12 \cdot 10^3 + 2 \cdot 27 \cdot 10^3)} = 28{,}14\text{k}\Omega = R_o$$

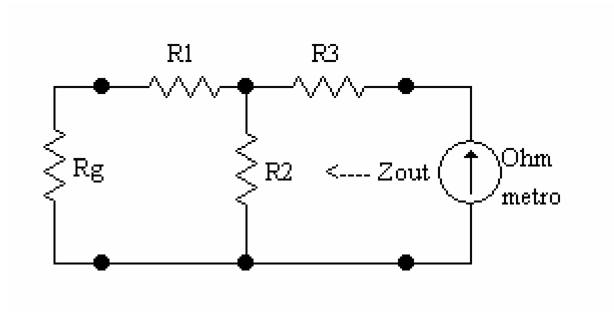
VERIFICA SPERIMENTALE

La verifica sperimentale consiste nel misurare le impedenze del quadripolo $\overline{Z}_{in}$, $\overline{Z}_{out}$, $\overline{Z}_{i1}$, $\overline{Z}_{i2}$, $\overline{Z}_{1k}$, $\overline{Z}_{2k}$, $\overline{Z}_{o}$. I valori misurati vengono riportati in una tabella insieme ai valori calcolati, per un immediato confronto.

a. misura delle impedenze d'ingresso e d'uscita

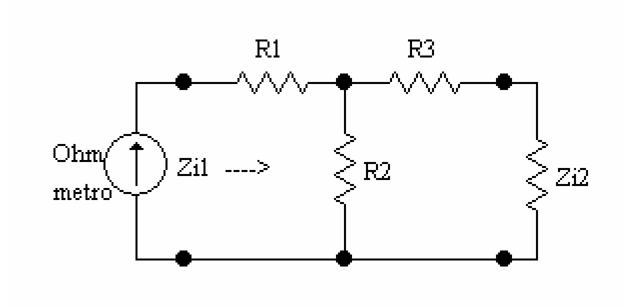
Si monta il circuito e si misura $\overline{Z}_{in}$ ai morsetti d'ingresso aperti con uscita chiusa su $\overline{Z}_u = R_u$.
Si toglie R_u, si chiude l'ingresso su R_g e si misura $\overline{Z}_{out}$ ai morsetti d'uscita aperti.

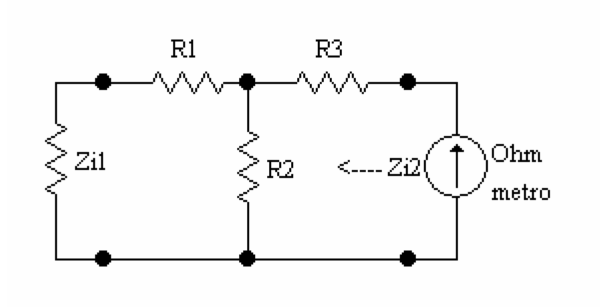




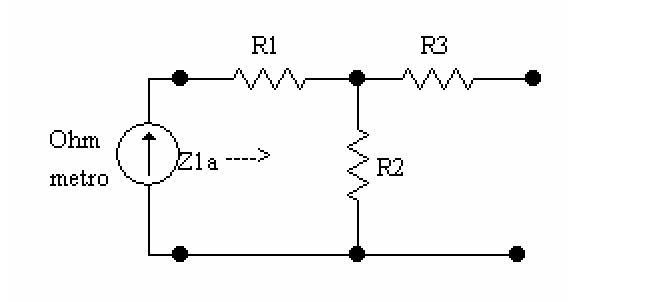
b. misura delle impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$

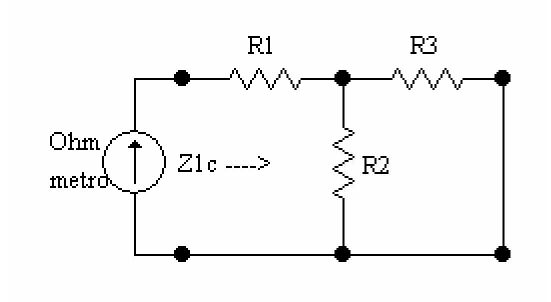
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_{i2} = 47 \cdot 10^3 + 2{,}7 \cdot 10^3 = 49{,}7\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 49,78KΩ) e si misura $\overline{Z}_{i1}$ ai morsetti d'ingresso aperti.
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_{i1} = 33\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 32,36KΩ) e si misura $\overline{Z}_{i2}$ ai morsetti d'uscita aperti.

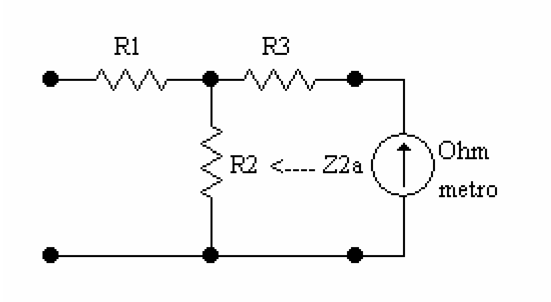


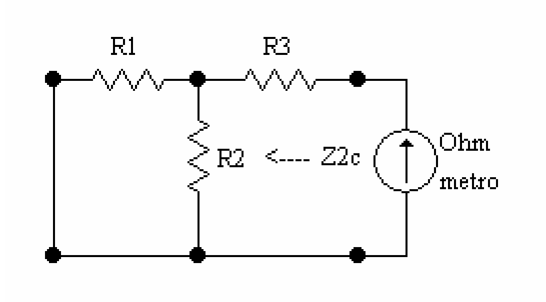


Si misurano $\overline{Z}_{1a}$, $\overline{Z}_{1c}$, $\overline{Z}_{2a}$, $\overline{Z}_{2c}$, e si verifica che $\sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = Z_{i1}$ e $\sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = Z_{i2}$.



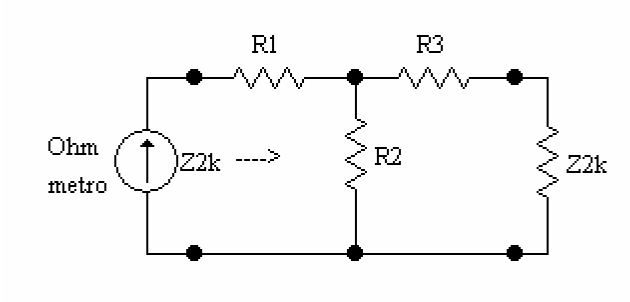


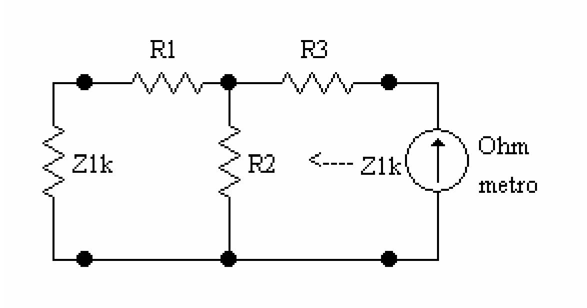




c. misura delle impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ e $\overline{Z}_{2k}$

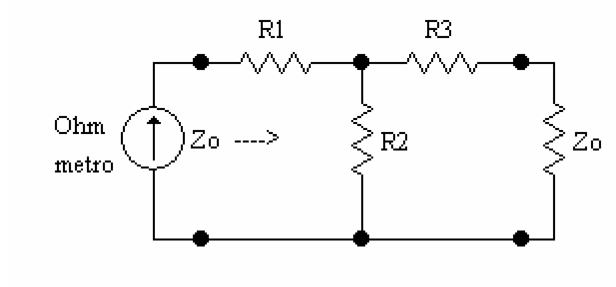
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_{2k} = 39\cdot10^3 // 150\cdot10^3 = 30{,}95\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 30,99KΩ) e si misura $\overline{Z}_{2k}$ ai morsetti d'ingresso aperti.
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_{1k} = 68\text{k}\Omega // 220\text{k}\Omega = 51{,}94\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 52KΩ) e si misura $\overline{Z}_{1k}$ ai morsetti d'uscita aperti.

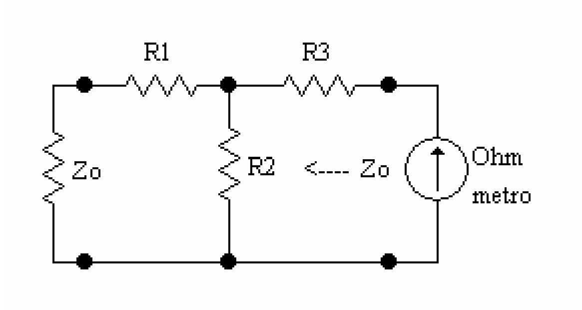




d. se $R_1 = R_3$, misura dell'impedenza caratteristica e verifica che $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$

Si toglie R_3 e si inserisce al suo posto una resistenza di valore uguale ad R_1, in modo da avere un quadripolo simmetrico.
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_o = 56\text{k}\Omega // 56\text{k}\Omega = 28\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 28,14KΩ) e si misura Z_o ai morsetti d'ingresso aperti.
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_o = 56\text{k}\Omega // 56\text{k}\Omega = 28\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 28,14KΩ) e si misura Z_o ai morsetti d'uscita aperti.





Tabulazione dei dati

	KΩ												
	Z_{in}	Z_{out}	Z_{i1}	Z_{i2}	Z_{1a}	Z_{1c}	Z_{2a}	Z_{2c}	$\sqrt{Z_{1a}Z_{1c}}$	$\sqrt{Z_{2a}Z_{2c}}$	Z_{1k}	Z_{2k}	Z_{in}
Mis.	30,21	43,90	32,48	49,68	39,3	27,00	60,10	41,00	32,97	49,64	51,78	31,11	28,24
Calc.	30,11	44,08	32,36	49,78	39	26,87	60	41,31	32,36	49,78	51,99	30,99	28,14

ESEMPIO E VERIFICHA SPERIMENTALE N° 2

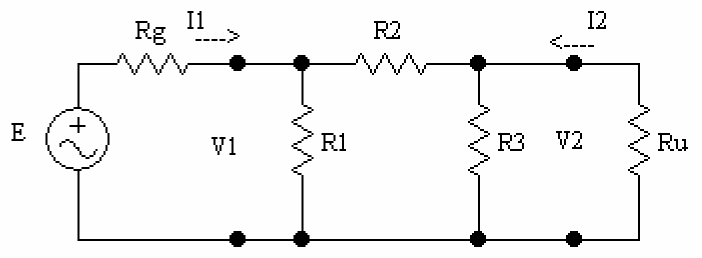
Si consideri il quadripolo di figura:

a. calcolare le impedenze d'ingresso e d'uscita quando $\overline{Z}_g = R_g$ e $\overline{Z}_u = R_u$;

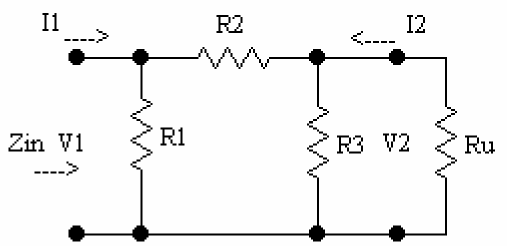
b. trovare le impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$;

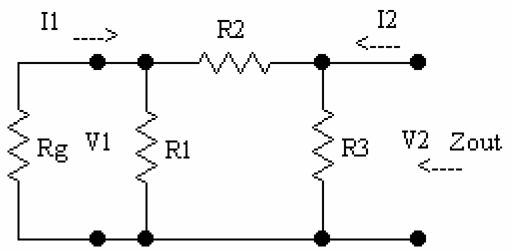
c. trovare le impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ e $\overline{Z}_{2k}$;

d. nel caso in cui $R_1 = R_3$, quadripolo simmetrico, verificare le uguaglianze $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$.



a. Impedenze d'ingresso e d'uscita quando $\overline{Z}_g = R_g$ e $\overline{Z}_u = R_u$

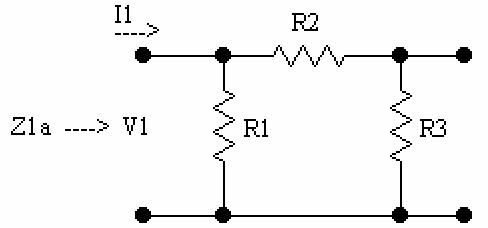


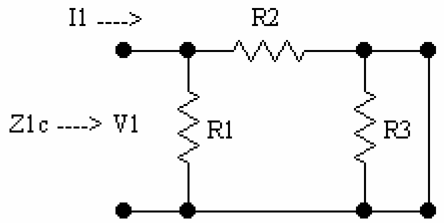


$$R_{2u} = R_2 + R_3 // R_u = R_2 + \frac{R_3 R_u}{R_3 + R_u} \quad \Rightarrow \quad Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_1 R_{2u}}{R_1 + R_{2u}}$$

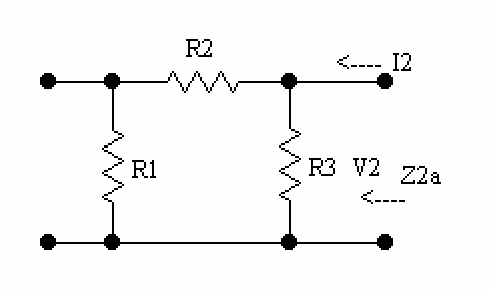
$$R_{2g} = R_2 + R_1 // R_g = R_2 + \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_g} \quad \Rightarrow \quad Z_{out} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{R_3 R_{2g}}{R_3 + R_{2g}}$$

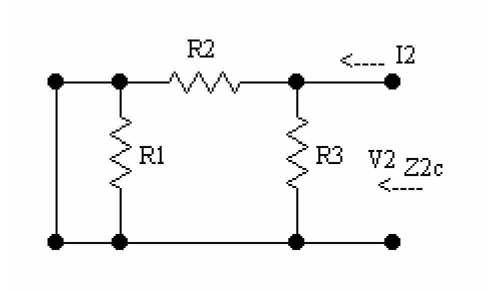
b. trovare le impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$





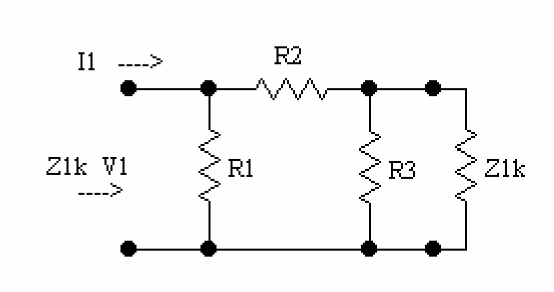
$$\begin{cases} Z_{1a} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \dfrac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \\[2ex] Z_{1c} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2} \end{cases} \Rightarrow \quad Z_{i1} = \sqrt{Z_{1a}\cdot Z_{1c}} = \sqrt{\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

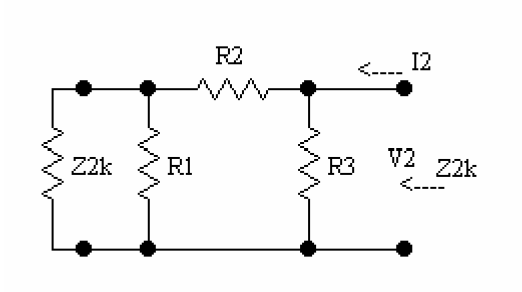




$$\begin{cases} Z_{2a} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \dfrac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3} \\[2ex] Z_{2c} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0} = \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3} \end{cases} \Rightarrow \quad Z_{21} = \sqrt{Z_{2a}\cdot Z_{2c}} = \sqrt{\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}\cdot\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

c. trovare le impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ **e** $\overline{Z}_{2k}$





Calcolo di Z_{2k}

$$R_{2k} = R_2 + \frac{R_3Z_{2k}}{R_3+Z_{2k}} \quad\Rightarrow\quad Z_{2k} = \frac{R_1R_{2k}}{R_1+R_{2k}} \quad\Rightarrow\quad Z_{2k}R_1 + Z_{2k}R_{2k} = R_1R_{2k} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{2k}R_1 + Z_{2k}R_2 + \frac{R_3Z_{2k}^2}{R_3+Z_{2k}} = R_1R_2 + \frac{R_1R_3Z_{2k}}{R_3+Z_{2k}} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{2k}R_1R_3 + R_1Z_{2k}^2 + Z_{2k}R_2R_3 + R_2Z_{2k}^2 + R_3Z_{2k}^2 = R_1R_2R_3 + Z_{2k}R_1R_2 + Z_{2k}R_1R_3 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (R_1+R_2+R_3)Z_{2k}^2 - R_2(R_1-R_3)Z_{2k} + R_1R_2R_3 = 0$$

$$Z_{2k} = \frac{R_2(R_1-R_3) \pm \sqrt{R_2^2(R_1-R_3)^2 + 4(R_1+R_2+R_3)R_1R_2R_3}}{2(R_1+R_2+R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_2^2(R_1^2 + R_3^2 - 2R_1R_3)^2 + 4R_1^2R_2R_3 + 4R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3^2}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_1^2R_2^2 + R_2^2R_3^2 - 2R_1R_2^2R_3 + 4R_1^2R_2R_3 + 4R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3^2}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_1^2R_2^2 + R_2^2R_3^2 + 2R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_2^2(R_1^2 + R_3^2 + 2R_1R_3) + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_2^2(R_1 + R_3)^2 + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_1 - R_3) \pm \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)}$$

La quantità sotto radice è sicuramente positiva, pertanto, esistono soluzioni reali. Poiché il radicando ha valore sicuramente maggiore della quantità $R_2(R_1 - R_3)$, si scarta la soluzione negativa, e si ha:

$$Z_{2k} = \frac{R_2(R_1 - R_3) + \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)}$$

Calcolo di Z_{1k}

$$R_{2k} = R_2 + \frac{R_1Z_{1k}}{R_1 + Z_{1k}} \quad \Rightarrow \quad Z_{1k} = \frac{R_3R_{2k}}{R_3 + R_{2k}} \quad \Rightarrow \quad Z_{1k}R_3 + Z_{1k}R_{2k} = R_3R_{2k} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{1k}R_3 + Z_{1k}R_2 + \frac{R_1Z_{1k}^2}{R_1 + Z_{1k}} = R_2R_3 + \frac{R_1R_3Z_{1k}}{R_1 + Z_{1k}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Z_{1k}R_1R_3 + R_3Z_{1k}^2 + Z_{1k}R_1R_2 + R_2Z_{1k}^2 + R_1Z_{1k}^2 = R_1R_2R_3 + Z_{1k}R_2R_3 + Z_{1k}R_1R_3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (R_1 + R_2 + R_3)Z_{1k}^2 - R_2(R_3 - R_1)Z_{1k} + R_1R_2R_3 = 0$$

$$Z_{1k} = \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_2^2(R_3 - R_1)^2 + 4(R_1 + R_2 + R_3)R_1R_2R_3}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_2^2(R_1^2 + R_3^2 - 2R_1R_3)^2 + 4R_1^2R_2R_3 + 4R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3^2}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_1^2R_2^2 + R_2^2R_3^2 - 2R_1R_2^2R_3 + 4R_1^2R_2R_3 + 4R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3^2}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_1^2R_2^2 + R_2^2R_3^2 + 2R_1R_2^2R_3 + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_2^2(R_1^2 + R_3^2 + 2R_1R_3) + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_2^2(R_1 + R_3)^2 + 4R_1R_2R_3(R_1 + R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{R_2(R_3 - R_1) \pm \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)}$$

Come prima, esistono le soluzioni reali, si scarta la soluzione negativa, e si ha:

$$Z_{1k} = \frac{R_2(R_3 - R_1) + \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)}$$

d. nel caso in cui $R_1 = R_3$**, quadripolo simmetrico, verificare le uguaglianze** $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$

$$Z_{i1} = \sqrt{\frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = \sqrt{\frac{R_1(R_2 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_1} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = \sqrt{\frac{R_1^2R_2}{2R_1 + R_2}} = R_1\sqrt{\frac{R_2}{2R_1 + R_2}}$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = \sqrt{\frac{R_1(R_2 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_1} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = R_1\sqrt{\frac{R_2}{2R_1 + R_2}}$$

$$Z_{1k} = \frac{R_2(R_3 - R_1) + \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{\sqrt{2R_1R_2(2R_1R_2 + 4R_1^2)}}{2(2R_1 + R_2)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2R_1R_2(2R_1R_2 + 4R_1^2)}}{2(2R_1 + R_2)} = \sqrt{\frac{4R_1^2R_2(2R_1 + R_2)}{4(2R_1 + R_2)^2}} = R_1\sqrt{\frac{R_2}{2R_1 + R_2}} = Z_{2k}$$

Poiché $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = R_1\sqrt{\dfrac{R_2}{2R_1 + R_2}}$, l'impedenza caratteristica è $Z_o = R_1\sqrt{\dfrac{R_2}{2R_1 + R_2}}$.

CALCOLO DELLE IMPEDENZE – CASO PRATICO

Si calcolano le impedenze immagine, iterative e caratteristica con i seguenti valori:

$$R_1 = 33k\Omega \qquad R_2 = 27k\Omega \qquad R_3 = 12k\Omega \qquad R_g = 6{,}8k\Omega \qquad R_u = 22k\Omega$$

a. calcolo delle impedenze d'ingresso e d'uscita

$$R_{2u} = R_2 + \frac{R_3 R_u}{R_3 + R_u} = 27 \cdot 10^3 + \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + 22 \cdot 10^3} = 34{,}76k\Omega \quad \Rightarrow$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_1 R_{2u}}{R_1 + R_{2u}} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 34{,}76 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^3 + 34{,}76 \cdot 10^3} = 16{,}93k\Omega$$

$$R_{2g} = R_2 + \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_g} = 27 \cdot 10^3 + \frac{33 \cdot 10^3 \cdot 6{,}8 \cdot 10^3}{33 \cdot 10^3 + 6{,}8 \cdot 10^3} = 32{,}64k\Omega \quad \Rightarrow$$

$$Z_{out} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_1 R_{2g}}{R_1 + R_{2g}} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 32{,}64 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3 + 32{,}64 \cdot 10^3} = 8{,}77k\Omega$$

b. calcolo delle impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$

$$Z_{1a} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{33 \cdot 10^3 \cdot (27 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3)}{33 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3} = 17{,}875k\Omega$$

$$Z_{1c} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{33 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3}{33 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3} = 14{,}85k\Omega$$

$$Z_{i1} = \sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = \sqrt{17{,}875 \cdot 10^3 + 14{,}85 \cdot 10^3} = 16{,}29k\Omega$$

$$Z_{2a} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot (33 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3)}{12 \cdot 10^3 + 33 \cdot 10^3 + 27 \cdot 10^3} = 10k\Omega$$

$$Z_{2c} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{27 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3} = 8{,}31k\Omega$$

$$Z_{i2} = \sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = \sqrt{10 \cdot 10^3 + 8{,}31 \cdot 10^3} = 9{,}12k\Omega$$

c. calcolo delle impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ e $\overline{Z}_{2k}$

$$Z_{1k} = \frac{R_2(R_3 - R_1) + \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{27\cdot 10^3 \cdot (12\cdot 10^3 - 33\cdot 10^3) + \sqrt{27\cdot 10^3 \cdot 45\cdot 10^3 (891\cdot 10^6 + 324\cdot 10^6 + 1584\cdot 10^6)}}{2(33\cdot 10^3 + 27\cdot 10^3 + 12\cdot 10^3)} = 8{,}87\text{k}\Omega$$

$$Z_{2k} = \frac{R_2(R_1 - R_3) + \sqrt{R_2(R_1 + R_3)(R_1R_2 + R_2R_3 + 4R_1R_3)}}{2(R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{27\cdot 10^3 \cdot (33\cdot 10^3 - 12\cdot 10^3) + \sqrt{27\cdot 10^3 \cdot 45\cdot 10^3 (891\cdot 10^6 + 324\cdot 10^6 + 1584\cdot 10^6)}}{2(33\cdot 10^3 + 27\cdot 10^3 + 12\cdot 10^3)} = 16{,}74\text{k}\Omega$$

d. se $R_1 = R_3$, calcolo dell'impedenza caratteristica e verifica che $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$

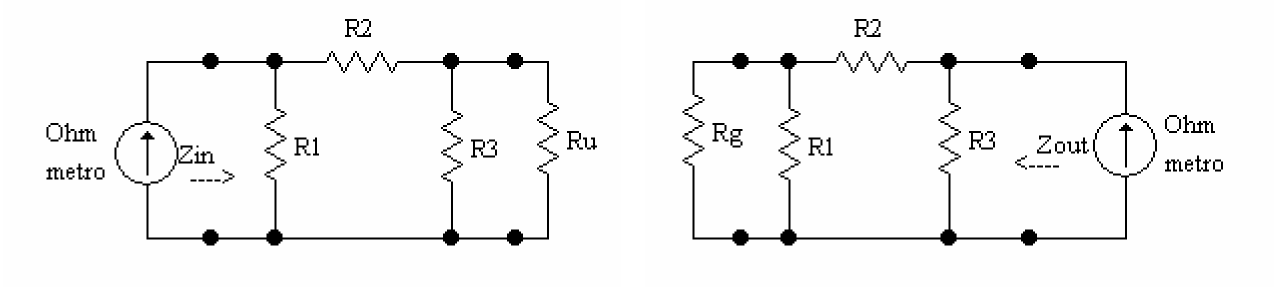
$$\overline{Z}_o = \overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = R_1\sqrt{\frac{R_2}{2R_1 + R_2}} = 33\cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{27\cdot 10^3}{2\cdot 33\cdot 10^3 + 27\cdot 10^3}} = 17{,}78\text{k}\Omega = R_o$$

VERIFICA SPERIMENTALE

La verifica sperimentale consiste nel misurare le impedenze del quadripolo $\overline{Z}_{in}$, $\overline{Z}_{out}$, $\overline{Z}_{i1}$, $\overline{Z}_{i2}$, $\overline{Z}_{1k}$, $\overline{Z}_{2k}$, $\overline{Z}_o$. I valori misurati vengono riportati in una tabella insieme ai valori calcolati, per un immediato confronto.

a. misura delle impedenze d'ingresso e d'uscita

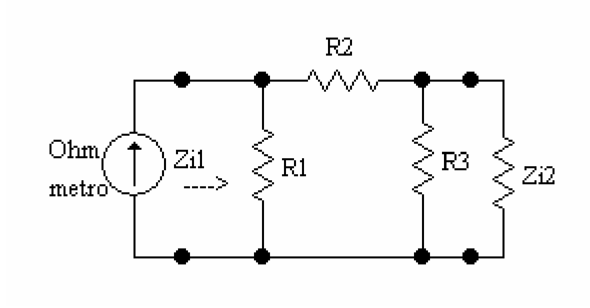
Si monta il circuito e si misura $\overline{Z}_{in}$ ai morsetti d'ingresso aperti con uscita chiusa su $\overline{Z}_u = R_u$.
Si toglie R_u, si chiude l'ingresso su R_g e si misura $\overline{Z}_{out}$ ai morsetti d'uscita aperti.

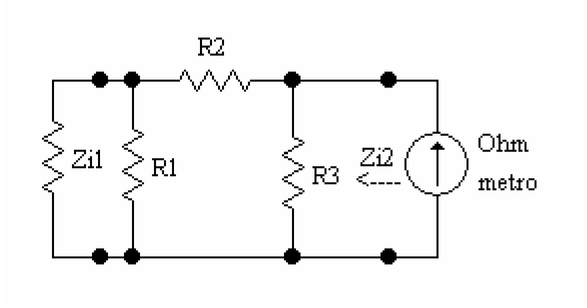


b. misura delle impedenze immagine $\overline{Z}_{i1}$ e $\overline{Z}_{i2}$

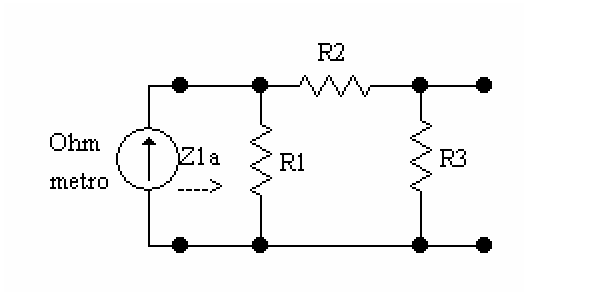
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_{i2} = 8{,}2\cdot 10^3 + 1\cdot 10^3 = 9{,}2\text{k}\Omega$ (valore teorico calcolato 9,12KΩ) e si misura $\overline{Z}_{i1}$ ai morsetti d'ingresso aperti.

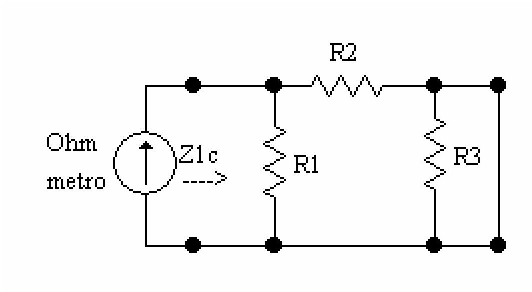
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_{i1} = 15k\Omega + 1,2k\Omega = 16,2k\Omega$ (valore teorico calcolato 12,29KΩ) e si misura $\overline{Z}_{i2}$ ai morsetti d'uscita aperti.

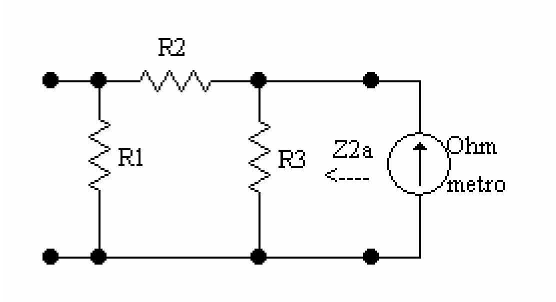


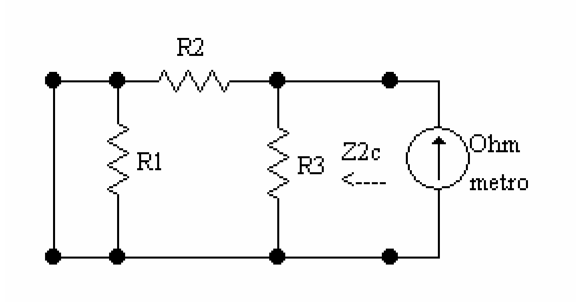


Si misurano $\overline{Z}_{1a}$, $\overline{Z}_{1c}$, $\overline{Z}_{2a}$, $\overline{Z}_{2c}$, e si verifica che $\sqrt{Z_{1a} \cdot Z_{1c}} = Z_{i1}$ e $\sqrt{Z_{2a} \cdot Z_{2c}} = Z_{i2}$.



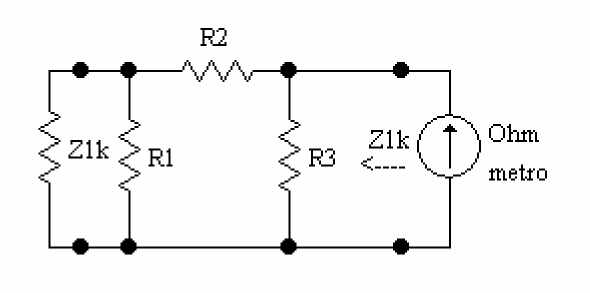


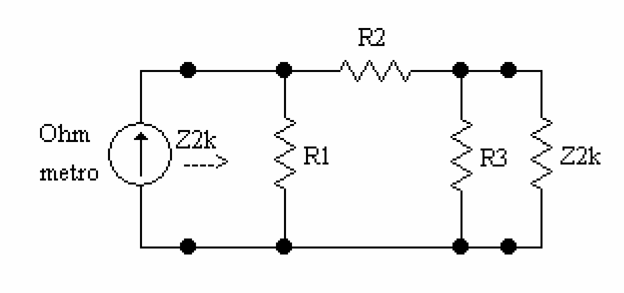




c. misura delle impedenze iterative $\overline{Z}_{1k}$ e $\overline{Z}_{2k}$

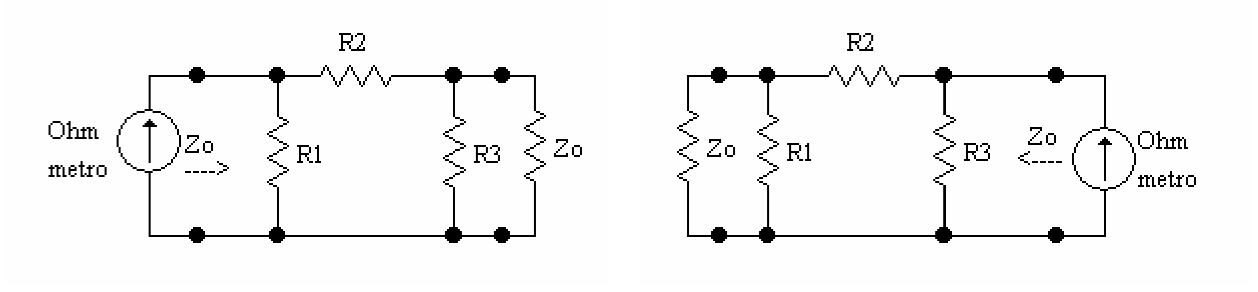
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_{2k} = 10 \cdot 10^3 // 6,8 \cdot 10^3 = 16,8k\Omega$ (valore teorico calcolato 16,74KΩ) e si misura $\overline{Z}_{2k}$ ai morsetti d'ingresso aperti.
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_{1k} = 8,2k\Omega // 0,68k\Omega = 8,88k\Omega$ (valore teorico calcolato 8,87KΩ) e si misura $\overline{Z}_{1k}$ ai morsetti d'uscita aperti.





d. se $R_1 = R_3$, misura dell'impedenza caratteristica e verifica che $\overline{Z}_{i1} = \overline{Z}_{i2} = \overline{Z}_{1k} = \overline{Z}_{2k} = \overline{Z}_o$

Si toglie R_3 e si inserisce al suo posto una resistenza di valore uguale ad R_1, in modo da avere un quadripolo simmetrico.
Si chiude l'uscita su $\overline{Z}_o = 18k\Omega$ (valore teorico calcolato 17,87KΩ) e si misura Z_o ai morsetti d'ingresso aperti.
Si chiude l'ingresso su $\overline{Z}_o = 18k\Omega$ (valore teorico calcolato 17,87KΩ) e si misura Z_o ai morsetti d'uscita aperti.



Tabulazione dei dati

	KΩ												
	Z_{in}	Z_{out}	Z_{i1}	Z_{i2}	Z_{1a}	Z_{1c}	Z_{2a}	Z_{2c}	$\sqrt{Z_{1a}Z_{1c}}$	$\sqrt{Z_{2a}Z_{2c}}$	Z_{1k}	Z_{2k}	Z_{in}
Mis.	17,2	8,9	16,6	9,3	18,1	15,0	10,2	8,4	16,48	9,25	9,0	17,0	17,9
Calc.	16,93	8,77	16,29	9,12	17,78	14,85	10	8,31	16,29	9,12	8,87	16,74	17,78