OSCILLATORI IN BASSA FREQUENZA

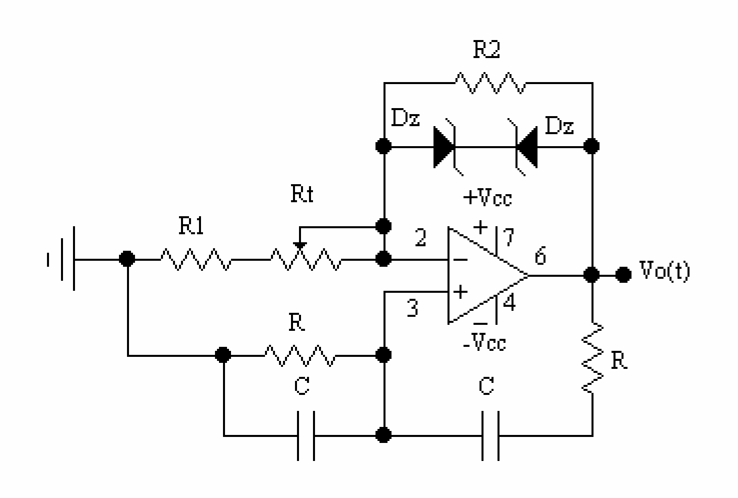
CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

INDICE

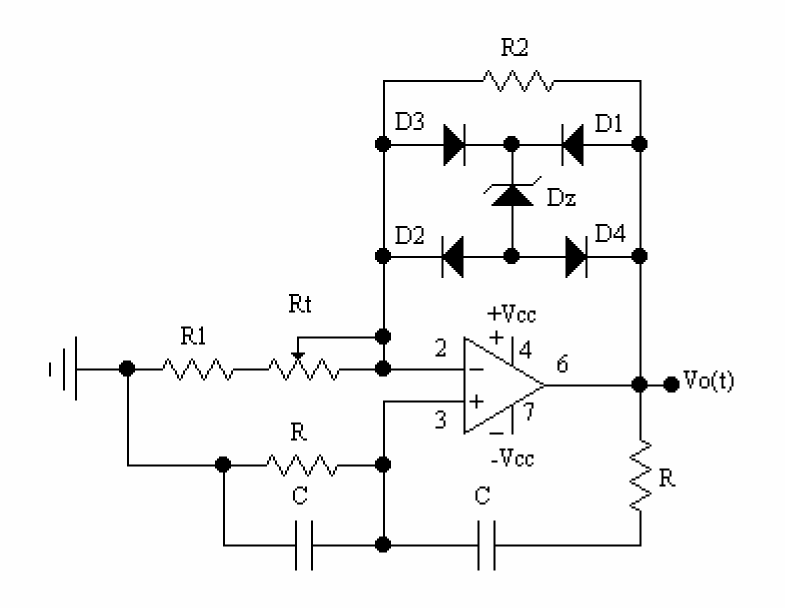
OSCILLATORI IN BASSA FREQUENZA CON AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

PROGETTO E VERIFICA DI OSCILLATORI A PONTE DI WIEN

Circuito I



Circuito II



Sigle e valori dei componenti

Circuito I: $C = 4{,}7\eta F$; $R = 12k\Omega$; $R_1 = 39k\Omega$; $R_2 = 100k\Omega$; $R_T = 20k\Omega$;
$D_Z : V_{ZK} = 4{,}7V$; IC : TL081

Circuito II: $C = 4{,}7\eta F$; $R = 12k\Omega$; $R_1 = 39k\Omega$; $R_2 = 100k\Omega$; $R_T = 20k\Omega$;
$D_Z : V_{ZK} = 4{,}7V$; D : 1N4148 ; IC : TL081

Strumenti e apparecchiature

Alimentatore duale a tensione fissa ±12V ; oscilloscopio doppia traccia ; basetta di bread-board.

Richiami teorici

La frequenza di oscillazione è: $f_o = \frac{1}{2\pi RC}$. Condizione di oscillazione: $R_2 = 2\left(R_1 + \frac{R_T}{2}\right)$.

Circuito I

Si ottiene la limitazione dell'ampiezza della tensione d'uscita mediante due diodi zener in antiserie, usati come limitatori dell'ampiezza dell'uscita.

Poiché $V_Z + V_\gamma = \frac{R_2}{R_1 + \frac{R_T}{2} + R_2} V_{oM} \quad \Rightarrow \quad V_{oM} = \left(V_Z + V_\gamma\right)\left(1 + \frac{R_1 + \frac{R_T}{2}}{R_2}\right) = \frac{3}{2}\left(V_Z + V_\gamma\right)$.

In ogni caso risulterà $V_{oM} \le \left(V_Z + V_\gamma\right)\left(1 + \frac{R_1 + \frac{R_T}{2}}{R_2}\right) = \frac{3}{2}\left(V_Z + V_\gamma\right)$.

Pertanto, deve risultare: $V_Z + V_\gamma \ge \frac{R_2}{R_1 + \frac{R_T}{2} + R_2} V_{oM} = \frac{2}{3} V_{oM}$.

Circuito II

La limitazione dell'ampiezza d'uscita viene ottenuta mediante quattro diodi disposti a ponte inframmezzati da un diodo zener (al fine di ottenere la voluta ampiezza d'uscita), sempre in conduzione inversa. Durante la semionda positiva, quando l'ampiezza d'uscita raggiunge il valore V_{oM}, vanno in conduzione diretta i diodi D_1 e D_2 ed in conduzione inversa il diodo D_Z; sono polarizzati inversamente i diodi D_3 e D_4. Durante la semionda negativa, quando l'ampiezza d'uscita raggiunge il valore $-V_{oM}$, vanno in conduzione diretta i diodi D_3 e D_4 ed in conduzione inversa il diodo D_Z; sono polarizzati inversamente i diodi D_1 e D_2. In entrambi i casi la tensione ai capi di R_2 è limitata al valore $\pm\left(V_Z + 2V_\gamma\right)$.

Poiché $V_{oM} \le \left(V_Z + 2V_\gamma\right)\left(1 + \frac{R_1 + \frac{R_T}{2}}{R_2}\right) = \frac{3}{2}\left(V_Z + 2V_\gamma\right)$ anche l'ampiezza della tensione

d'uscita risulterà limitata, comunque deve risultare $V_Z + 2V_\gamma \ge \frac{2}{3} V_{oM}$.

Tale soluzione, come limitazione dell'ampiezza della tensione d'uscita, dovrebbe risultare miglio dell'altra in quanto le caratteristiche dei diodi zener in antiserie potrebbero risultare leggermente diverse, provocando dissimmetria tra le semionde positive e le negative.

Dimensionamento del circuito

Si fissa la frequenza f_o a 3kHz.

Calcolo di R e C

Poiché $$f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{1}{2\pi f_o} = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^3} = 53{,}05\mu s\,.$$

Si fissa $C = 4{,}7\eta F$ e si calcola $$R = \frac{53{,}05 \cdot 10^{-6}}{C} = \frac{53{,}05 \cdot 10^{-6}}{4{,}7 \cdot 10^{-9}} = 11{,}287k\Omega\,,$$

valore commerciale 12kΩ.

Calcolo di R_1 , R_2 , R_T

Poiché $$R_2 = 2\left(R_1 + \frac{R_T}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_1 + \frac{R_T}{2} = \frac{R_2}{2}$$; si fissa $R_2 = 100k\Omega$ e $R_1 = 39k\Omega$

e si calcola $$R_T = R_2 - 2R_1 = 100 \cdot 10^3 - 2 \cdot 39 \cdot 10^3 = 22k\Omega\,,$$ valore commerciale $R_T = 22k\Omega$.

Scelta dei diodi

Circuito I $$V_Z + V_\gamma \geq \frac{2}{3}V_{oMAX}$$; si fissa $V_{oMAX} = 6V$ e $V_\gamma = 0{,}7V$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad V_Z \geq \frac{2}{3}V_{oMAX} - V_\gamma = \frac{2}{3}6 - 0{,}7 = 3{,}3V$$

Si utilizzano diodi zener da 4,7V.

Circuito II $$V_Z + 2V_\gamma \geq \frac{2}{3}V_{oMAX}$$; si fissa $V_{oMAX} = 6V$ e $V_\gamma = 0{,}7V$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad V_Z \geq \frac{2}{3}V_{oMAX} - 2V_\gamma = \frac{2}{3}6 - 2 \cdot 0{,}7 = 2{,}6V$$

Si utilizza un diodo zener da 4,7V.

Si assume, per gli zener, un valore nominale nettamente maggiore di 3,3V e 2,6V perché, essendo basso il valore di V_{ZK}, il ginocchio della transcaratteristica inversa è meno accentuato e lo zener entra in conduzione, gradualmente, ben al di sotto di 4,7V (a circa 3,5V ÷ 4V si avrà la limitazione della tensione d'uscita).

Procedimento di verifica

1. Si monta e si alimenta il **circuito I**, e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita, pin 6.
2. Si agisce sul trimmer R_T per verificare l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione d'uscita.
3. Si regola R_T fino ad ottenere una oscillazione d'uscita stabile e di forma sinusoidale.
4. Si misura l'ampiezza positiva e negativa e il periodo T_o. Si calcola la frequenza come $f_o = \frac{1}{T_o}$.
5. Si ripetono i punti da 1 a 4 per il **circuito II**.

Valori misurati

Circuito I

Dopo avere verificato l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola il trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta. Si effettuano le misure.

Ampiezza: $V_{oMAX} = 3{,}2V$

Periodo: $T_o = 0{,}42ms \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}42 \cdot 10^{-3}} = 2{,}38kHz$

Circuito II

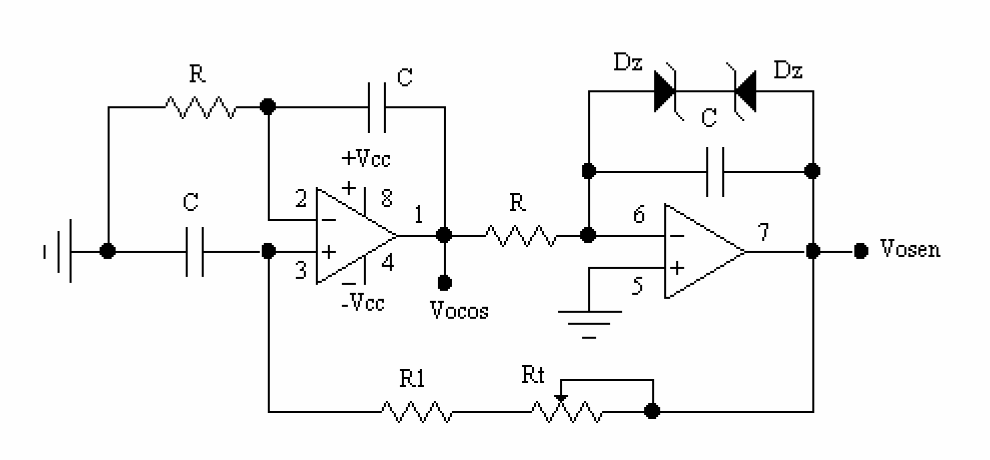
Dopo avere verificato l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola il trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta. Si effettuano le misure.

Ampiezza: $V_{oMAX} = 2V$

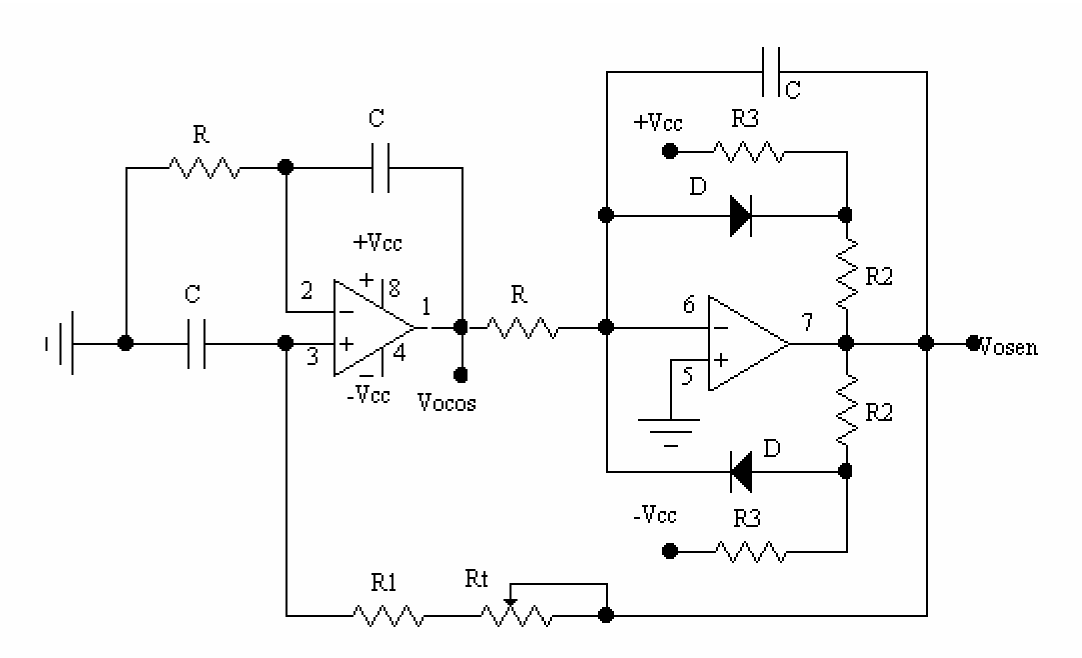
Periodo: $T_o = 0{,}39ms \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}39 \cdot 10^{-3}} = 2{,}56kHz$

PROGETTO E VERIFICA DI OSCILLATORI A PONTE DI WIEN

Circuito con limitatore a diodi zener



Circuito con limitatore di precisione di guadagno



Sigle e valori dei componenti

Circuito I: C = 10ηF ; R = 12kΩ ; R_1 = 10kΩ ; R_T = 5kΩ ; D_Z : V_{ZK} = 4,6V ; IC : TL082.

Circuito II: C = 4,7ηF ; R = 12kΩ ; R_1 = 10kΩ ; R_2 = 27kΩ ; R_3 = 82kΩ ; R_T = 5kΩ ;
D : 1N4148 ; IC : TL082.

Strumenti e apparecchiature

Alimentatore duale a tensione fissa ±12V ; oscilloscopio doppia traccia ; basetta di bread-board.

Richiami teorici

La frequenza di oscillazione è: $f_o = \dfrac{1}{2\pi RC}$ e $R = R_1 + \dfrac{R_T}{2}$.

Circuito I: Il ramo contenente i diodi zener entra in conduzione, limitando l'ampiezza della tensione d'uscita, quando $V_o = \pm(V_Z + V_\gamma)$.

Circuito II: Il ramo contenente il diodo entra in conduzione quando $V_D = V_\gamma$, per una tensione d'uscita $V_o = V_{oS}$:

$$V_\gamma = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{oS} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad R_2 V_\gamma + R_3 V_\gamma = R_3 V_{oS} - R_2 V_{CC} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_2(V_\gamma + V_{CC}) = R_3(V_{oS} - V_\gamma) \quad \Rightarrow \quad \frac{R_3}{R_2} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma}.$$

Dimensionamento del circuito

Circuito I: si fissa la frequenza f_o a 1kHz.

Calcolo di R e C: poiché $f_o = \dfrac{1}{2\pi RC}$ $\Rightarrow$ $RC = \dfrac{1}{2\pi f_o} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3} = 159{,}15\mu s$.

Si fissa $C = 10\eta F$ e si calcola $R = \dfrac{159{,}15 \cdot 10^{-6}}{C} = \dfrac{159{,}15 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-9}} = 15{,}915 k\Omega$,

valore commerciale 15kΩ.

Calcolo di R_1 e R_T: poiché $R_1 + \dfrac{R_T}{2} = R = 15{,}915 k\Omega$, si fissa $R_1 = 12k\Omega$ e si calcola R_T:

$R_T = 2(R - R_1) = 2 \cdot (15 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3) = 6k\Omega$, valore commerciale $R_T = 5k\Omega$.

Al fine di ottenere un'ampiezza d'uscita di circa 5V, si utilizzano due diodi zener da 4,6V.

Circuito II: si fissa la frequenza f_o a 3kHz.

Calcolo di R e C: poiché $f_o = \dfrac{1}{2\pi RC}$ $\Rightarrow$ $RC = \dfrac{1}{2\pi f_o} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^3} = 53{,}05\mu s$.

Si fissa $C = 4{,}7\eta F$ e si calcola $R = \dfrac{53{,}05 \cdot 10^{-6}}{C} = \dfrac{53{,}05 \cdot 10^{-6}}{4{,}7 \cdot 10^{-9}} = 11{,}287 k\Omega$,

valore commerciale 12kΩ.

<u>Calcolo di R_1 e R_T</u>: poiché $R_1 + \frac{R_T}{2} = R = 12k\Omega$, si fissa $R_1 = 10k\Omega$ e si calcola R_T:

$$R_T = 2(R - R_1) = 2 \cdot (12 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3) = 4k\Omega,$$ valore commerciale $R_T = 5k\Omega$.

<u>Calcolo di R_2 e R_3</u>: con $\frac{R_3}{R_2} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma}$; si fissa $V_{osenMax} = V_{oS} = 5V$; $V_\gamma = 0{,}7V$; $V_{CC} = 12V$, e si calcola il rapporto $\frac{R_3}{R_2}$:

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma} = \frac{0{,}7 + 12}{5 - 0{,}7} = 2{,}95 \quad \Rightarrow \quad R_3 = 2{,}95 R_2 .$$

Si fissa il valore $R_2 = 27k\Omega$ e si calcola $R_3 = 2{,}95 R_2 = 2{,}95 \cdot 27 \cdot 10^3 = 79{,}15k\Omega$, valore commerciale $R_3 = 82k\Omega$.

Procedimento di verifica

1. Si monta e si alimenta il **circuito I**, e si collega il canale CH1 dell’oscilloscopio al pin 7 e il canale CH2 al pin 1.
2. Si agisce sul trimmer R_T per verificare l’innesco e il disinnesco dell’oscillazione.
3. Si regola R_T fino ad ottenere una oscillazione d’uscita stabile e di forma sinusoidale.
4. Si misura l’ampiezza di V_{osen} e di V_{ocos} , e il periodo T_o. Si calcola la frequenza come $f_o = \frac{1}{T_o}$.
5. Si misura il Δt di anticipo di V_{ocos} rispetto a V_{osen} , e si calcola lo sfasamento come $\varphi = 360 f_o \Delta t$.
6. Si passa alla funzione XY dell’oscilloscopio e si verifica che la figura di Lissajouse che si ottiene è un cerchio (segnali in quadratura).
7. Si ripetono i punti da 1 a 6 per il **circuito II**.

Valori misurati

Circuito I

Dopo avere verificato l’innesco e il disinnesco dell’oscillazione, si regola il trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un’onda sinusoidale indistorta. Si effettuano le misure.

Ampiezza: $V_{osenMax} = 3{,}2V$; $V_{ocosMax} = 4{,}3V$.

Periodo: $T_o = 0{,}84ms \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}84 \cdot 10^{-3}} = 1{,}19kHz$.

Fase: $\Delta t = 0{,}201ms \quad \Rightarrow \quad \varphi = 360° f_o \Delta t = 360° \cdot 1{,}19 \cdot 10^3 \cdot 0{,}201 \cdot 10^{-3} = 86{,}1°$.

Il valore ottenuto è di circa 90°; la differenza è dovuta al rilievo oscillografico, che introduce sensibili errori di valutazione e lettura.

Circuito II

Dopo avere verificato l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola il trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta. Si effettuano le misure.

Ampiezza: $V_{osenMax} = 5V$; $V_{ocosMax} = 4{,}8V$.

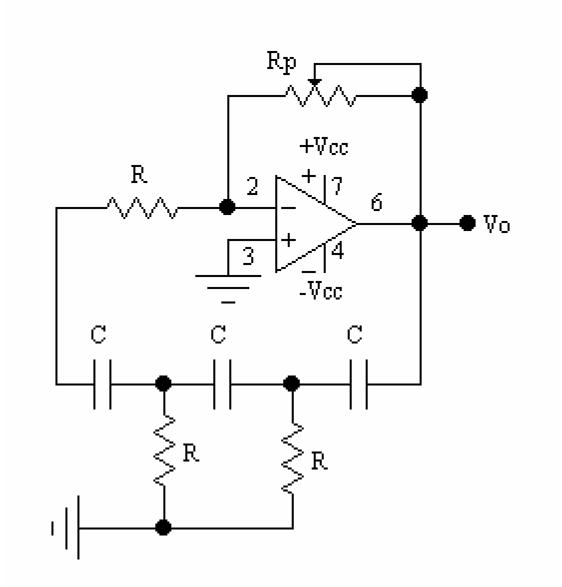
Periodo: $T_o = 0{,}4ms \Rightarrow f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}4 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5kHz$.

Fase: $\Delta t = 0{,}1025ms \Rightarrow \varphi = 360° f_o \Delta t = 360° \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1025 \cdot 10^{-3} = 92{,}25°$.

Il valore ottenuto è di circa 90°; la differenza è dovuta al rilievo oscillografico, che introduce sensibili errori di valutazione e lettura.

PROGETTO E VERIFICA DI OSCILLATORI A RETE DI SFASAMENTO

Circuito I



Sigle e valori dei componenti

C = 3x10ηF ;   R = 3x2,2kΩ ; R_P = 100kΩ ;   IC : TL081.

Strumenti e apparecchiature

Alimentatore duale a tensione fissa ±12V ; oscilloscopio doppia traccia ;   basetta di bread-board.

Richiami teorici

La frequenza di oscillazione è: $f_o = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$ e $A = -\dfrac{\frac{R_P}{2}}{R} = -29$.

Dimensionamento del circuito

Si fissa la frequenza f_o a 3kHz.

<u>Calcolo di R e C</u>: poiché $f_o = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{6}RC} \Rightarrow RC = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{6}f_o} = \dfrac{1}{2\pi\cdot\sqrt{6}\cdot 3\cdot 10^3} = 21{,}66\mu s$.

Si fissa C = 10ηF e si calcola $R = \dfrac{21{,}66\cdot 10^{-6}}{C} = \dfrac{21{,}66\cdot 10^{-6}}{10\cdot 10^{-9}} = 2{,}166k\Omega$,

valore commerciale 2,2kΩ.

<u>Calcolo di R_P</u>: poiché $A = -\dfrac{\frac{R_P}{2}}{R} = -29 \Rightarrow R_P = 58R = 58\cdot 2{,}2\cdot 10^3 = 127{,}6k\Omega$,

valore commerciale $R_P = 100k\Omega$.

Procedimento di verifica

1. Si monta e si alimenta il circuito, e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio all'uscita pin 6.
2. Si agisce sul potenziometro R_P per verificare l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione.
3. Si regola R_P fino ad ottenere una oscillazione d'uscita stabile e di forma sinusoidale.
4. Si misura l'ampiezza di V_o e il periodo T_o. Si calcola la frequenza come $f_o = \frac{1}{T_o}$.

Valori misurati

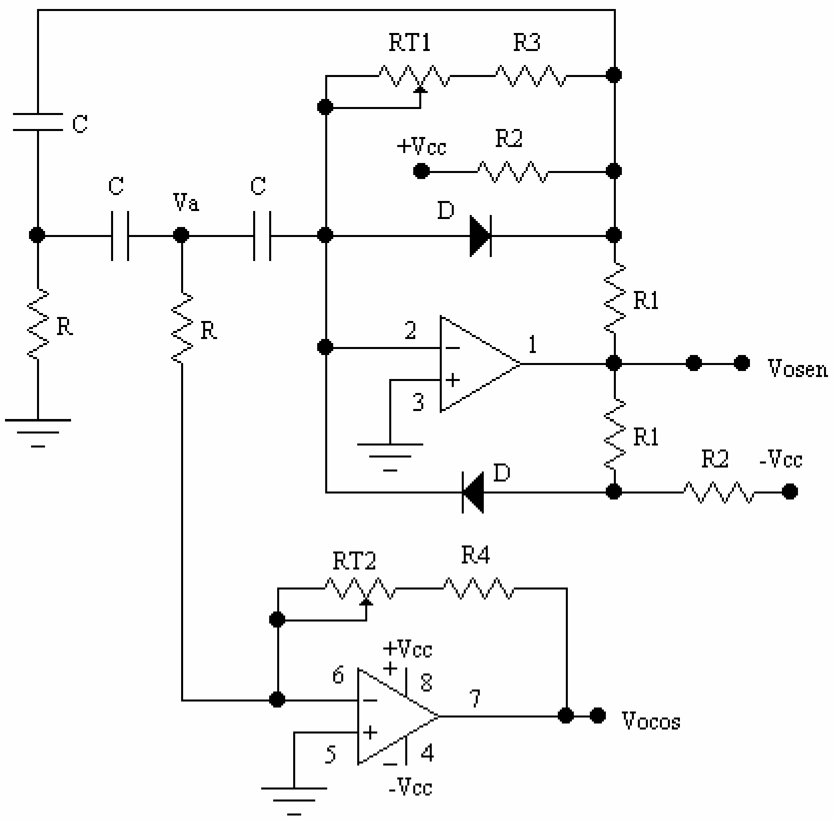
Dopo avere verificato l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola il potenziometro fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta. Si effettuano le misure.

Ampiezza: $V_{osenMax} = 11V$.

Periodo: $T_o = 0{,}4ms \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}4 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5kHz$.

Circuito II

Questo circuito, essendo uno degli operazionali in configurazione di derivatore invertente, consente di ottenere una uscita addizionale in quadratura.



Sigle e valori dei componenti

C = 3x3,3ηF ;   R = 2x27kΩ ; R_3 = 270kΩ ; R_{T1} = 100kΩ ; R_4 = 150kΩ ; R_{T2} = 50kΩ ;

R_1 = 27kΩ ; R_2 = 82kΩ ;   D : 2x1N4148 ;   IC : TL082.

Strumenti e apparecchiature

Alimentatore duale a tensione fissa ±12V ; oscilloscopio doppia traccia ;   basetta di bread-board.

Richiami teorici

La frequenza di oscillazione è: $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC}$ e $R_3 + \alpha R_{T1} = 12R$.

La tensione ai capi del diodo è: $V_\gamma = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{osen} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(-V_{CC}\right)$

Il diodo entra in conduzione quando $V_D = V_\gamma$, per una tensione d'uscita $V_{osen} = V_{oS}$:

$$V_\gamma = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{oS} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad R_1 V_\gamma + R_2 V_\gamma = R_2 V_{oS} - R_1 V_{CC} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_1\left(V_\gamma + V_{CC}\right) = R_2\left(V_{oS} - V_\gamma\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma}.$$

Le ampiezze di V_{osen} e di V_{ocos} devono essere uguali. Essendo:

$$V_{osenM} = \omega_o\left(R_3 + \alpha R_{T1}\right) \cdot C \cdot V_{AM} = \omega_o \cdot 12RC \cdot V_{AM} = \frac{12}{\sqrt{3}} V_{AM} \quad e \quad V_{o\cos M} = \frac{R_4 + \beta R_{T2}}{R} V_{AM} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_4 + \beta R_{T2}}{R} V_{AM} = \frac{12}{\sqrt{3}} V_{AM} \quad \Rightarrow \quad R_4 + \beta R_{T2} = \frac{12}{\sqrt{3}} R$$

Dimensionamento del circuito

Si fissa la frequenza f_o a 1kHz.

<u>Calcolo di R e C</u>: poiché $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC} \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}f_o} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 1 \cdot 10^3} = 91{,}9\mu s$.

Si fissa C = 3,3ηF e si calcola $R = \frac{91{,}9 \cdot 10^{-6}}{C} = \frac{91{,}9 \cdot 10^{-6}}{3{,}3 \cdot 10^{-9}} = 27{,}84k\Omega$,

valore commerciale 27kΩ.

Con tali valori: $f_o = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{3}RC} = \dfrac{1}{2\pi\cdot\sqrt{3}\cdot 27\cdot 10^3\cdot 3{,}3\cdot 10^{-9}} = 1{,}03\text{kHz}$

<u>Calcolo di R_3 e R_{T1}</u>: poiché $R_3 + \alpha R_{T1} = 12R = 324k\Omega$, si fissa $\alpha = 0{,}5$ e $R_3 = 270k\Omega$ $\Rightarrow$

$R_{T1} = 2(12R - R_3) = 2\cdot\left(12\cdot 27\cdot 10^3 - 270\cdot 10^3\right) = 108k\Omega$, valore commerciale $R_T = 100k\Omega$.

<u>Calcolo di R_4 e R_{T2}</u>: poiché $R_4 + \beta R_{T2} = \dfrac{12R}{\sqrt{3}} = \dfrac{12\cdot 27\cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 187{,}06k\Omega$,

si fissa $\beta = 0{,}5$ e $R_4 = 150k\Omega$ $\Rightarrow$ $R_{T2} = \left(\dfrac{12R}{\sqrt{3}} - R_4\right)\cdot 2 = \left(187{,}06\cdot 10^3 - 150\cdot 10^3\right)\cdot 2 = 37{,}04k\Omega$,

valore commerciale $R_{T2} = 50k\Omega$.

<u>Calcolo di R_1 e R_2</u>: si fissa $V_{osenM} = V_{oS} = 5V$; $V_\gamma = 0{,}7V$; $V_{CC} = 12V$.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma} = \frac{0{,}7 + 12}{5 - 0{,}7} = 2{,}95 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2{,}95R_1.$$

Si fissa il valore $R_1 = 27k\Omega$ e si calcola $R_2 = 2{,}95R_1 = 2{,}95\cdot 27\cdot 10^3 = 79{,}15k\Omega$, valore commerciale $R_2 = 82k\Omega$.

Con tali valori: $V_{osenM} = \left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right)V_\gamma + \dfrac{R_1}{R_2}V_{CC} = \left(1 + \dfrac{27\cdot 10^3}{82\cdot 10^3}\right)\cdot 0{,}7 + \dfrac{27\cdot 10^3}{82\cdot 10^3}\cdot 12 = 4{,}88V$.

Procedimento di verifica

1. Si monta e si alimenta il circuito, e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio al pin 1 e il canale CH2 al pin 7.
2. Si agisce sul trimmer R_{T1} per verificare l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione.
3. Si regola R_{T1} fino ad ottenere una oscillazione d'uscita stabile e di forma sinusoidale.
4. Si regola R_{T2} fino ad ottenere per V_{ocos} la stessa ampiezza di V_{osen}.
5. Si misura l'ampiezza di V_{osen} e di V_{ocos} , e il periodo T_o. Si calcola la frequenza come $f_o = \dfrac{1}{T_o}$.
6. Si misura il Δt di anticipo di V_{ocos} rispetto a V_{osen} , e si calcola lo sfasamento come $\varphi = 360 f_o \Delta t$.
7. Si passa alla funzione XY dell'oscilloscopio e si verifica che la figura di Lissajouse che si ottiene è un cerchio (segnali in quadratura).

Valori misurati

Dopo avere verificato, agendo su R_{T1}, l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola tale trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta. Si tara R_{T2} fino a ottenere una ampiezza V_{ocos} uguale a quella di V_{osen}. L'ampiezza con onda non distorta che si ottiene è al massimo di 4,6V.

Si sostituisce il potenziometro di 100kΩ con uno di 220kΩ. Il segnale indistorto risulta lo stesso.
Si reinserisce il potenziometro di 100kΩ.
Si regola R_{T1} fino ad ottenere un'ampiezza d'uscita di 4,4V e segnale stabile e indistorto. Si regola R_{T2} fino ad ottenere la stessa ampiezza per i due segnali (V_{osen} e V_{ocos}).
Passando alla scansione XY si ottiene, come figura di Lissajouse, un cerchio, ossia i due segnali sono in quadratura (sfasati di 90°). I valori misurati sono i seguenti:

Ampiezza: $V_{osenMax} = V_{ocosMax} = 4{,}4V$.

Periodo: $T_o = 0{,}9ms \Rightarrow f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{0{,}9 \cdot 10^{-3}} = 1{,}11kHz$.

Fase: $\Delta t = 0{,}22ms \Rightarrow \varphi = 360° f_o \Delta t = 360° \cdot 1{,}11 \cdot 10^3 \cdot 0{,}22 \cdot 10^{-3} = 87{,}91°$.

Il valore ottenuto è di circa 90°; la differenza è dovuta al rilievo oscillografico, che introduce sensibili errori di valutazione e lettura.

Stesso circuito con frequenza f_o = 2kHz

Sigle e valori dei componenti

C = 3x4,7ηF ; R = 2x10kΩ ; R_3 = 100kΩ ; R_{T1} = 50kΩ ; R_4 = 56kΩ ; R_{T2} = 50kΩ ;

R_1 = 27kΩ ; R_2 = 82kΩ ; D : 2x1N4148 ; IC : TL082.

Dimensionamento del circuito

Si fissa la frequenza f_o a 2kHz.

Calcolo di R e C: poiché $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC} \Rightarrow RC = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}f_o} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot 10^3} = 45{,}94\mu s$.

Si fissa C = 4,7ηF e si calcola $R = \frac{45{,}94 \cdot 10^{-6}}{C} = \frac{45{,}94 \cdot 10^{-6}}{4{,}7 \cdot 10^{-9}} = 9{,}77k\Omega$,

valore commerciale 10kΩ.

Con tali valori: $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-9}} = 1{,}955kHz$

Calcolo di R_3 e R_{T1}: poiché $R_3 + \alpha R_{T1} = 12R = 120k\Omega$, si fissa α = 0,5 e R_3 = 100kΩ ⇒

$$R_{T1} = 2(12R - R_3) = 2 \cdot (12 \cdot 10 \cdot 10^3 - 100 \cdot 10^3) = 40k\Omega$$, valore commerciale R_T = 50kΩ.

Calcolo di R_4 e R_{T2}: poiché $R_4 + \beta R_{T2} = \frac{12R}{\sqrt{3}} = \frac{12 \cdot 10 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 69{,}28k\Omega$, si fissa $\beta = 0{,}5$ e $R_4 = 56k\Omega$ $\Rightarrow$ $R_{T2} = \left(\frac{12R}{\sqrt{3}} - R_4\right)\cdot 2 = \left(69{,}28\cdot 10^3 - 56\cdot 10^3\right)\cdot 2 = 26{,}26k\Omega$,

valore commerciale $R_{T2} = 50k\Omega$.

<u>Calcolo di R_1 e R_2</u>: si fissa $V_{osenM} = V_{oS} = 5V$; $V_\gamma = 0{,}7V$; $V_{CC} = 12V$.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_\gamma + V_{CC}}{V_{oS} - V_\gamma} = \frac{0{,}7 + 12}{5 - 0{,}7} = 2{,}95 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2{,}95R_1.$$

Si fissa il valore $R_1 = 27k\Omega$ e si calcola $R_2 = 2{,}95R_1 = 2{,}95\cdot 27\cdot 10^3 = 79{,}15k\Omega$, valore commerciale $R_2 = 82k\Omega$.

Procedimento di verifica

1. Si monta e si alimenta il circuito, e si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio al pin 1 e il canale CH2 al pin 7.
2. Si agisce sul trimmer R_{T1} per verificare l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione.
3. Si regola R_{T1} fino ad ottenere una oscillazione d'uscita stabile e di forma sinusoidale.
4. Si regola R_{T2} fino ad ottenere per V_{ocos} la stessa ampiezza di V_{osen}.
5. Si misura l'ampiezza di V_{osen} e di V_{ocos} , e il periodo T_o. Si calcola la frequenza come $f_o = \frac{1}{T_o}$.
6. Si misura il Δt di anticipo di V_{ocos} rispetto a V_{osen} , e si calcola lo sfasamento come $\varphi = 360f_o\Delta t$.
7. Si passa alla funzione XY dell'oscilloscopio e si verifica che la figura di Lissajouse che si ottiene è un cerchio (segnali in quadratura).

Valori misurati

Dopo avere verificato, agendo su R_{T1}, l'innesco e il disinnesco dell'oscillazione, si regola tale trimmer fino ad ottenere un oscillogramma stabile e un'onda sinusoidale indistorta di ampiezza 4,4V.
Si regola R_{T2} fino a ottenere la stessa ampiezza di 4,4V ($V_{ocos} = V_{osen}$).
Si passa alla scansione XY e si verifica che la figura di Lissajouse è un cerchio (segnali in quadratura). I valori misurati sono i seguenti:

Ampiezza: $V_{osenMax} = V_{ocosMax} = 4{,}4V$.

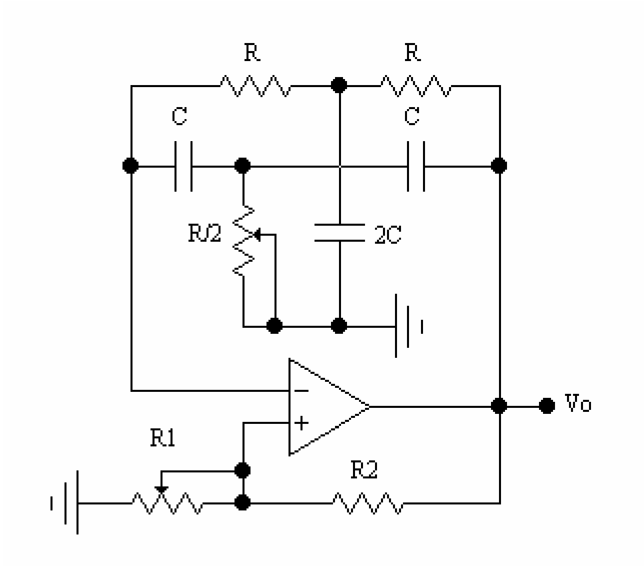
Periodo: $T_o = 0{,}55ms$ $\Rightarrow$ $f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{55\cdot 10^{-3}} = 1{,}82kHz$.

Fase: $\Delta t = 0{,}1445ms$ $\Rightarrow$ $\varphi = 360°f_o\Delta t = 360°\cdot 1{,}82\cdot 10^3\cdot 0{,}1445\cdot 10^{-3} = 94{,}35°$.

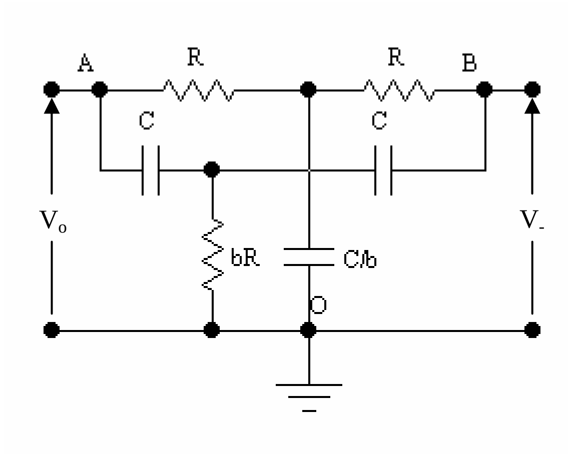
Il valore ottenuto è di circa 90°; la differenza è dovuta al rilievo oscillografico, che introduce sensibili errori di valutazione e lettura.

OSCILLATORE CON RETE A DOPPIO T

Il circuito si presenta nel seguente modo:



La rete selettiva a doppio T, o rete di Scott, è particolarmente conveniente in bassa frequenza.



A frequenza zero e a frequenza infinita la rete di Scott non determina alcuno sfasamento tra la tensione d'ingresso e la tensione d'uscita (infatti, a frequenza zero e a frequenza infinita risulta $V_- = V_o$). Alle basse frequenze prevale l'effetto delle capacità C dei rami in serie, che determinano uno sfasamento positivo; alle alte frequenze prevale quello della capacità C/b di uno dei rami in derivazione, che determina uno sfasamento negativo.

Si può dimostrare che la rete di sfasamento presenta un $Q_o \cong 0{,}25$ alla pulsazione $\omega_o = \frac{1}{RC}$, e che, a tale pulsazione, l'attenuazione è massima e vale:

$$\frac{V_-}{V_o} = \frac{2b^2 - b}{2b^2 + b + 1}\,.$$

Nel caso che $b = \frac{1}{2}$, si ottiene $\frac{V_-}{V_o} = 0\,.$

Con $b > \frac{1}{2}$ l'attenuazione risulta positiva e la rete, alla pulsazione ω_o, sfasa di 0°; con $b < \frac{1}{2}$ l'attenuazione diventa negativa e la rete sfasa di 180°.
Se è soddisfatta la condizione $b \geq \frac{1}{2}$, V_o risulta in fase con V_- e ha ampiezza minima.
Poiché, nel nostro caso, la rete a doppio T agisce sull'ingresso invertente, realizza una retroazione negativa che risulta minima alla pulsazione ω_o.
Se l'amplificazione è tale da compensare esattamente questa attenuazione, essendo presente anche una retroazione positiva, il circuito potrà oscillare alla frequenza

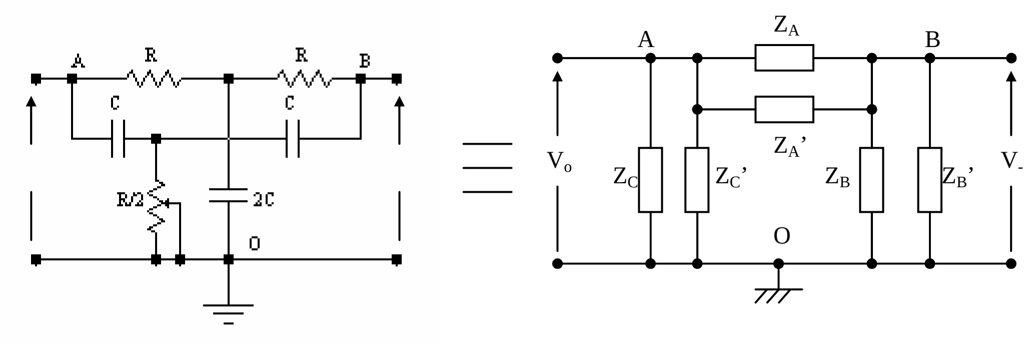
$$f_o = \frac{1}{2\pi RC}.$$

La condizione $b \geq \frac{1}{2}$ viene realizzata utilizzando per R/2 un trimmer da tarare in fase sperimentale. L'oscillazione si manterrà se

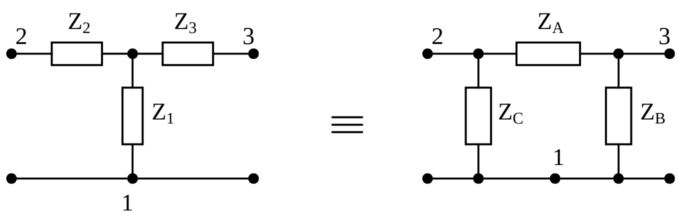
$$B = \frac{V_+}{V_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \geq 1.$$

Le condizioni di progetto sono: $R_2 << R_1$; $R_2 = 2R$; $R_1 \cong 10R_2$.

Risoluzione del circuito



Al fine di semplificare il calcolo del circuito, trasformiamo le due stelle ABO in due triangoli.
Le regole di trasformazione sono:

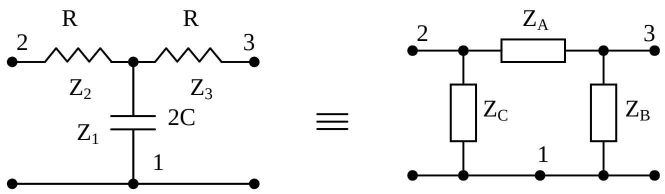


Stella-triangolo

$$Z_A = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_1} \ ; \quad Z_B = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_2} \ ; \quad Z_C = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_3}$$

Triangolo-stella $$Z_1 = \frac{Z_B Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad ; \quad Z_2 = \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad ; \quad Z_3 = \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C}$$

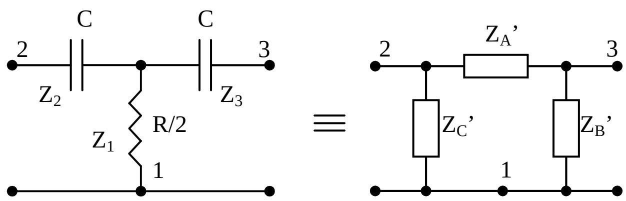
Trasformazione della prima stella



$$Z_A = \frac{R\frac{1}{s2C} + R\frac{1}{s2C} + R^2}{\frac{1}{s2C}} = \frac{\frac{R}{sC} + R^2}{\frac{1}{s2C}} = \frac{\frac{R}{sC}(1 + sRC)}{\frac{1}{s2C}} = 2R(1 + sRC)$$

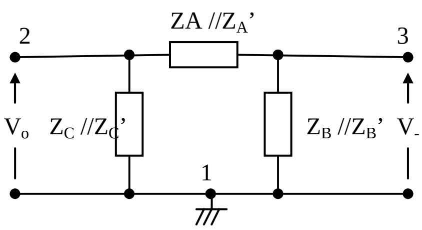
$$Z_B = Z_C = \frac{\frac{R}{sC} + R^2}{R} = \frac{1}{sC} + R = \frac{1}{sC}(1 + sRC) = \frac{1 + sRC}{sC}$$

Trasformazione della seconda stella



$$Z'_A = \frac{\frac{R}{2}\cdot\frac{1}{sC} + \frac{R}{2}\cdot\frac{1}{sC} + \frac{1}{s^2C^2}}{\frac{R}{2}} = \frac{\frac{R}{sC} + \frac{1}{s^2C^2}}{\frac{R}{2}} = \frac{2}{R}\cdot\frac{1}{s^2C^2}(1 + sRC)$$

$$Z'_B = Z'_C = \frac{\frac{R}{sC} + \frac{1}{s^2C^2}}{\frac{1}{sC}} = R + \frac{1}{sC} = \frac{1}{sC}(1 + sRC)$$



$$V_- = \frac{Z_B \,//\, Z'_B}{Z_A \,//\, Z'_A + Z_B \,//\, Z'_B} V_o$$

$$Z_A // Z'_A = \frac{2R(1+sRC)\cdot\frac{2}{s^2C^2R}(1+sRC)}{2R(1+sRC)+\frac{2}{s^2C^2R}(1+sRC)} = \frac{\frac{2}{s^2C^2}(1+sRC)}{R+\frac{1}{s^2C^2R}} = \frac{\frac{2(1+sRC)}{s^2C^2}}{\frac{1+s^2C^2R^2}{s^2C^2R}} = \frac{2R(1+sRC)}{1+s^2C^2R^2}$$

$$Z_B // Z'_B = \frac{Z_B}{2} = \frac{1}{s2C}(1+sRC)$$

$$V_- = \frac{\frac{1+sRC}{s2C}}{\frac{2R(1+sRC)}{1+(sCR)^2}+\frac{1+sRC}{s2C}}V_o = \frac{\frac{1}{s2C}}{\frac{s4RC+1+(sCR)^2}{s2C\left[1+(sCR)^2\right]}}V_o = \frac{1+(sCR)^2}{1+(sCR)^2+s4RC}V_o =$$

$$= \frac{1-(\omega CR)^2}{1-(\omega CR)^2+j4\omega RC}V_o$$

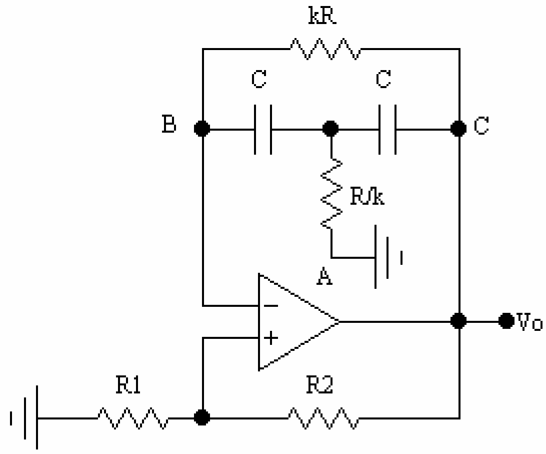
Perché il circuito oscilli è sufficiente che sia minima la tensione di saturazione negativa, cioè che sia:

$$1-(\omega_o CR)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_o = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Ciò porta a $B = \frac{V_+}{V_o} = \frac{R_1}{R_1+R_2} = 1$ che si realizza se $R_2 = 0$.

In pratica, però, sbilanciando leggermente la rete, aumentando di poco il valore di R/2, alla frequenza f_o si avrà un valore minimo (non nullo) di $\frac{V_-}{V_o}$; quindi si prende per R_2 un valore non nullo, ma molto più piccolo di R_1.

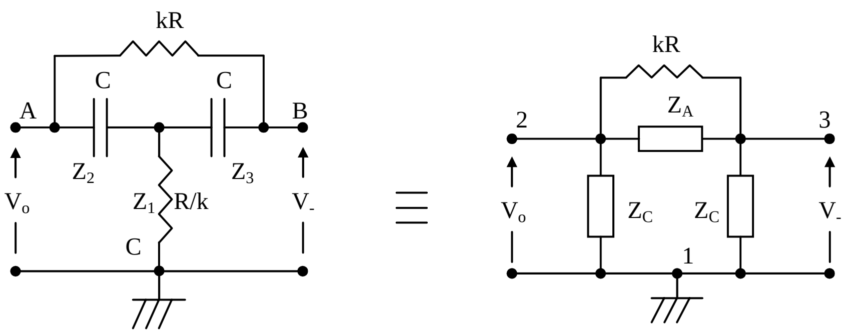
OSCILLATORE A T PONTATO



La funzione di trasferimento del T-pontato è minima alla frequenza di risonanza $f_o = \frac{1}{2\pi RC}$, per cui tale rete viene impiegata come retroazione negativa.
Supponendo ideale l'amplificatore operazionale, si ha $V_+ = V_-$, da cui:

$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \quad \Rightarrow \quad B = \frac{V_+}{V_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Per determinare V_- si trasforma la stella ABC in un triangolo.



$$Z_A = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_1} = \frac{\frac{R}{k}\cdot\frac{1}{sC} + \frac{R}{k}\cdot\frac{1}{sC} + \frac{1}{(sC)^2}}{\frac{R}{k}} = \frac{k}{R}\left(\frac{2R}{skC} + \frac{1}{(sC)^2}\right) =$$

$$= \frac{2}{sC} + \frac{k}{(sC)^2 R} = \frac{2}{C}\left(\frac{1}{s} + \frac{k}{s^2 2CR}\right) = \frac{2}{C}\cdot\frac{s + \frac{k}{2RC}}{s^2}$$

$$Z_B = Z_C = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}{Z_2} = \frac{\frac{2R}{skC} + \frac{1}{(sC)^2}}{\frac{1}{sC}} = \frac{2R}{k} + \frac{1}{sC} = \frac{2R}{k}\left(1 + \frac{k}{s2RC}\right) = \frac{2R}{k}\cdot\frac{s + \frac{k}{2RC}}{s}$$

$$V_- = \frac{Z_C}{Z_A // kR + Z_C} V_o \quad \Rightarrow \quad B = \frac{V_-}{V_o} = \frac{Z_C}{Z_A // kR + Z_C}$$

$$Z_A // kR = \frac{kR \cdot \frac{2}{C} \cdot \frac{s + \frac{k}{2RC}}{s^2}}{\frac{2}{C} \cdot \frac{s + \frac{k}{2RC}}{s^2} + kR} = \frac{2}{C} \cdot \frac{\frac{kR}{s^2} \cdot \left(s + \frac{k}{2RC}\right)}{\frac{2}{s^2 C} \cdot \left(s + \frac{k}{2RC}\right) + kR} =$$

$$= \frac{2}{C} \cdot \frac{s + \frac{k}{2RC}}{\frac{2}{kRC} \cdot \left(s + \frac{k}{2RC}\right) + s^2} = \frac{2}{C} \cdot \frac{s + \frac{k}{2RC}}{\frac{s2}{kRC} + \frac{1}{(RC)^2} + s^2}$$

$$B = \frac{V_-}{V_o} = \frac{Z_C}{Z_A // kR + Z_C} = \frac{\frac{2R}{Sk} \cdot \left(S + \frac{k}{2RC}\right)}{\frac{2}{C} \cdot \frac{s + \frac{k}{2RC}}{\frac{s2}{kRC} + \frac{1}{(RC)^2} + s^2} + \frac{2R}{sk} \cdot \left(s + \frac{k}{2RC}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\frac{\frac{sk}{RC}}{s^2 + \frac{s2}{kRC} + \frac{1}{(RC)^2}} + 1} = \frac{s^2 + \frac{s2}{kRC} + \frac{1}{(RC)^2}}{\frac{sk}{RC} + s^2 + \frac{s2}{kRC} + \frac{1}{(RC)^2}} = \frac{s^2 + \frac{1}{(RC)^2} + s \cdot \frac{2}{kRC}}{s^2 + \frac{1}{(RC)^2} + s \cdot \left(\frac{k}{RC} + \frac{2}{kRC}\right)} =$$

$$= \frac{-\omega^2 + \frac{1}{(RC)^2} + j \cdot \frac{2\omega}{kRC}}{-\omega^2 + \frac{1}{(RC)^2} + j\omega \cdot \left(\frac{k}{RC} + \frac{2}{kRC}\right)} = \frac{-\omega + \frac{1}{\omega(RC)^2} + j \cdot \frac{2}{kRC}}{-\omega + \frac{1}{\omega(RC)^2} + j \cdot \left(\frac{k}{RC} + \frac{2}{kRC}\right)}$$

La parte immaginaria non dipende dalla frequenza.
La tensione di retroazione negativa sarà minima alla pulsazione ω_o che annulla la parte reale del numeratore e del denominatore:

$$-\omega_o^2 + \frac{1}{(RC)^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_o = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi RC}$$

A tale frequenza $$B = \frac{V_-}{V_o} = \frac{j \cdot \frac{2\omega_o}{kRC}}{j\omega_o \cdot \left(\frac{k}{RC} + \frac{2}{kRC}\right)} = \frac{2}{k^2 + 2}$$

Perché l'oscillazione si mantenga stabile la reazione positiva dovrà uguagliare quella negativa, cioè

$$\frac{V_+}{V_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{2}{k^2 + 2} \quad \Rightarrow \quad k^2 R_1 + 2R_1 = 2R_1 + 2R_2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{k^2}{2} R_1$$

Normalmente si assume per k il valore 1 o 2.

<u>Per k = 1</u> $$B = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{R_1}{2}$$

<u>Per k = 2</u> $$B = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2R_1$$

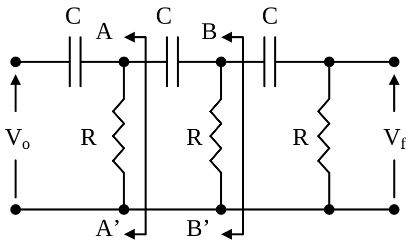
Per innescare l'oscillazione si deve agire sulle resistenze R_1 e R_2 che introducono una retroazione positiva, quindi porre un NTC al posto di R_1, oppure un PTC al posto di R_2.

APPENDICE - RISOLUZIONE DEI CIRCUITI

Oscillatore a rete di sfasamento

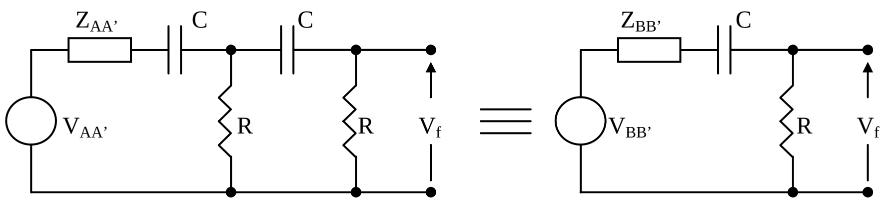
Circuito I Calcolo di f_o , β e A.

Si riduce il circuito applicando il teorema di Thèvenin tra i punti A e A’ e poi tra i punti B e B’:



$$V_{AA'} = \frac{R}{R+\frac{1}{sC}} \cdot V_o = \frac{1}{1+\frac{1}{sRC}} \cdot V_o$$

$$Z_{AA'} = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}} = \frac{\frac{1}{sC}}{1+\frac{1}{sRC}}$$



$$V_{BB'} = \frac{R}{Z_{AA'}+R+\frac{1}{sC}} \cdot V_{AA'} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{sRC}}{1+\frac{1}{sRC}}+1+\frac{1}{sRC}} \cdot \frac{-1}{1+\frac{1}{sRC}} \cdot V_o =$$

$$= \frac{1}{\frac{\frac{1}{sRC}+\frac{1}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}+1+\frac{1}{sRC}}{1+\frac{1}{sRC}}} \cdot \frac{-1}{1+\frac{1}{sRC}} \cdot V_o = \frac{-1}{1+\frac{3}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}} \cdot V_o$$

$$Z_{BB'} = \frac{\left(Z_{AA'}+\frac{1}{sC}\right)R}{Z_{AA'}+R+\frac{1}{sC}} = \frac{\left(\frac{\frac{1}{sC}}{1+\frac{1}{sRC}}+\frac{1}{sC}\right)R}{\frac{\frac{1}{sC}}{1+\frac{1}{sRC}}+R+\frac{1}{sC}} = \frac{\frac{\frac{1}{sC}+\frac{1}{sC}+\frac{1}{s^2C^2R}}{1+\frac{1}{sRC}}}{\frac{\frac{1}{sRC}}{1+\frac{1}{sRC}}+\frac{1}{sRC}+1} =$$

$$= \frac{\dfrac{\dfrac{2}{sC}+\dfrac{1}{s^2C^2R}}{1+\dfrac{1}{sRC}}}{\dfrac{\dfrac{1}{sRC}+\dfrac{1}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}+1+\dfrac{1}{sRC}}{1+\dfrac{1}{sRC}}} = \frac{\dfrac{2}{sC}+\dfrac{1}{s^2C^2R}}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}$$

Applicando la regola di partizione si ottiene V_f.

$$V_f = \frac{R}{Z_{BB'}+\dfrac{1}{sC}+R}\cdot V_{BB'} = \frac{R}{\dfrac{\dfrac{2}{sC}+\dfrac{1}{s^2C^2R}}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}+\dfrac{1}{sC}+R}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}\cdot V_o =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{\dfrac{2}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}+\dfrac{1}{sRC}+1}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}\cdot V_o =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1+\dfrac{6}{sRC}+\dfrac{5}{(sRC)^2}+\dfrac{1}{(sRC)^3}}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}}}\cdot\frac{V_o}{1+\dfrac{3}{sRC}+\dfrac{1}{(sRC)^2}} = \frac{V_o}{1+\dfrac{6}{sRC}+\dfrac{5}{(sRC)^2}+\dfrac{1}{(sRC)^3}}$$

sostituendo con $s = j\omega$, $s^2 = -\omega^2$, $s^3 = -j\omega^3$, si ha:

$$V_f = \frac{1}{1+\dfrac{6}{j\omega RC}+\dfrac{5}{-(\omega RC)^2}+\dfrac{1}{-j(\omega RC)^3}}\cdot V_o = \frac{1}{1-\dfrac{5}{(\omega RC)^2}+j\dfrac{1}{(\omega RC)^3}-j\dfrac{6}{\omega RC}}\cdot V_o =$$

$$= \frac{1}{1-\dfrac{5}{(\omega RC)^2}-j\left[\dfrac{6}{\omega RC}-\dfrac{1}{(\omega RC)^3}\right]}\cdot V_o$$

Lo sfasamento tra V_f e V_o è: $\qquad \varphi = -\mathrm{arctg}\dfrac{-\dfrac{6}{\omega RC}+\dfrac{1}{(\omega RC)^3}}{1-\dfrac{5}{(\omega RC)^2}}$

Lo sfasamento tra V_f e V_o sarà di 180° allorché la parte immaginaria risulta nulla, cioè alla frequenza f_o che verifica l'equazione:

$$\frac{6}{\omega_o RC} - \frac{1}{(\omega_o RC)^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega_o RC)^2 = \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad \omega_o RC = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \Rightarrow$$

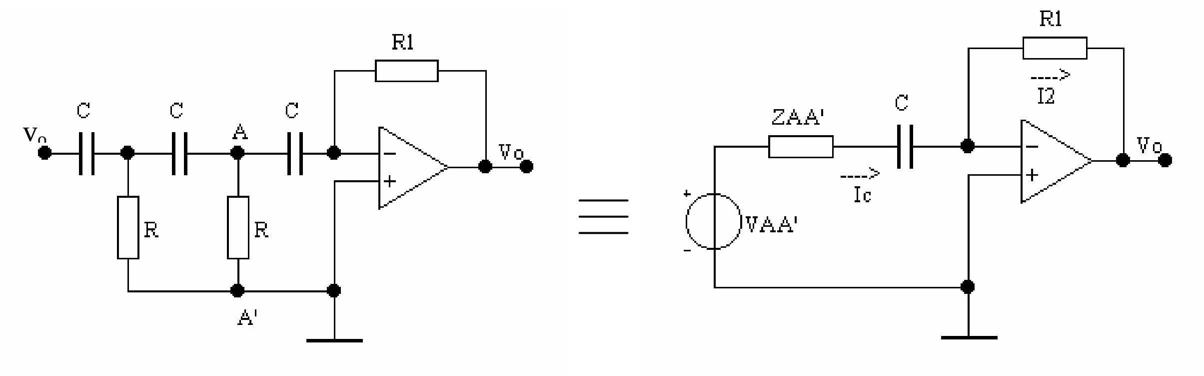
$$\Rightarrow \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{6}RC} \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$$

A tale pulsazione $\qquad \beta = \frac{V_f}{V_o} = \frac{1}{1 - \frac{5}{(\omega_o RC)^2}} = \frac{1}{1 - \frac{5}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2}} = \frac{1}{1-30} = -\frac{1}{29}.$

Per avere oscillazioni, per il criterio di Barkhausen, dovrà risultare: $A \cdot \beta = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{\beta} = -29$,

cioè l’amplificatore, a tale frequenza f_o, deve avere una amplificazione di 29 e invertire il segnale rispetto a quello d’ingresso.

Circuito II Calcolo di f_o , β e A.



Applicando il teorema di Thèvenin tra i punti A e A', si ha:

$$V_{AA'} = \frac{1}{1 + \frac{3}{sRC} + \frac{1}{(sRC)^2}} \cdot V_o \qquad ; \qquad Z_{AA'} = \frac{\frac{2}{sC} + \frac{1}{s^2C^2R}}{1 + \frac{3}{sRC} + \frac{1}{(sRC)^2}}$$

Considerando l'amplificatore operazionale ideale deve risultare $I_C = I_1$. $\quad I_1 = -\frac{V_o}{R_1}$;

$$I_C=\frac{V_{AA'}}{Z_{AA'}+\frac{1}{sC}}=\frac{\frac{1}{1+\frac{3}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}}\cdot V_o}{\frac{\frac{2}{sC}+\frac{1}{s^2C^2R}}{1+\frac{3}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}}+\frac{1}{sC}}=\frac{\frac{1}{1+\frac{3}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}}\cdot V_o}{\frac{\frac{2}{sC}+\frac{1}{s^2C^2R}+\frac{1}{sC}+\frac{3}{s^2C^2R}+\frac{1}{s^2C^2R^2}}{1+\frac{3}{sRC}+\frac{1}{(sRC)^2}}}=$$

$$=\frac{V_o}{\frac{3}{sC}+\frac{4}{s^2C^2R}+\frac{1}{s^3C^3R^2}}=\frac{V_o}{\frac{3}{j\omega C}+\frac{4}{-\omega^2C^2R}+\frac{1}{-j\omega^3C^3R^2}}=\frac{V_o}{\frac{4}{\omega^2C^2R}-j\left(\frac{3}{\omega C}-\frac{1}{\omega^3C^3R^2}\right)}$$

Poiché $\bar{I}_1=-\bar{I}_C$, le correnti devono essere in opposizione di fase e avere lo stesso modulo. Prendendo $\bar{I}_1$ come riferimento, si ha:

$$\varphi_C=-\mathrm{arctg}\frac{-\frac{3}{\omega C}+\frac{1}{\omega^3C^3R^2}}{-\frac{4}{\omega^2C^2R}}\ ,\quad \text{fase che è sempre negativa.}$$

Da $\varphi_C = 180°$ $\Rightarrow$ $-\frac{3}{\omega_oC}+\frac{1}{\omega_o^3C^3R^2}=0$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{(\omega_oCR)^2}=3$ $\Rightarrow$ $(\omega_oCR)^2=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\quad \omega_oCR=\frac{1}{\sqrt{3}}\quad\Rightarrow\quad \omega_o=\frac{1}{\sqrt{3}RC}\quad\Rightarrow\quad f_o=\frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC},$$

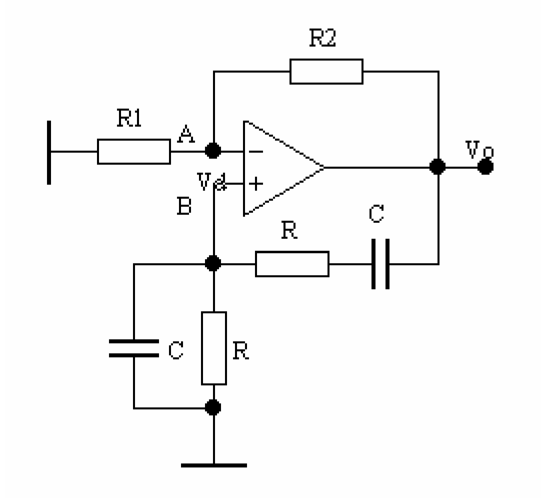
frequenza alla quale si ha l'oscillazione.

A questa frequenza $$I_{Co}=\frac{V_o}{-\frac{4}{\frac{1}{3C^2R^2}\cdot C^2R}}=\frac{V_o}{-\frac{4}{\frac{1}{3R}}}=-\frac{V_o}{12R}.$$

Da $I_{Co} = I_1$ $\Rightarrow$ $-\frac{V_o}{R_1}=-\frac{V_o}{12R}$ $\Rightarrow$ $R_1=12R$, ovvero $\frac{R_1}{R}=12$.

Oscillatore a ponte di Wien

<u>Calcolo di f_o , β e A nel caso ideale: $A_o = \infty$.</u>



Nel caso ideale gli ingressi non assorbono corrente e $V_- = V_+$. $V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$;

$$V_+ = \frac{\frac{-jRX_C}{R - jX_C}}{R - jX_C + \frac{-jRX_C}{R - jX_C}} V_o = \frac{\frac{-jRX_C}{R - jX_C}}{\frac{R^2 - j2RX_C - X_C^2 - jRX_C}{R - jX_C}} V_o = \frac{-jRX_C}{R^2 - j3RX_C - X_C^2} V_o =$$

$$= \frac{1}{3 + j\left(\frac{R}{X_C} - \frac{X_C}{R}\right)} V_o = \frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)} V_o$$

Da $V_- = V_+ \quad \Rightarrow \quad V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o = \frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)} = B.$

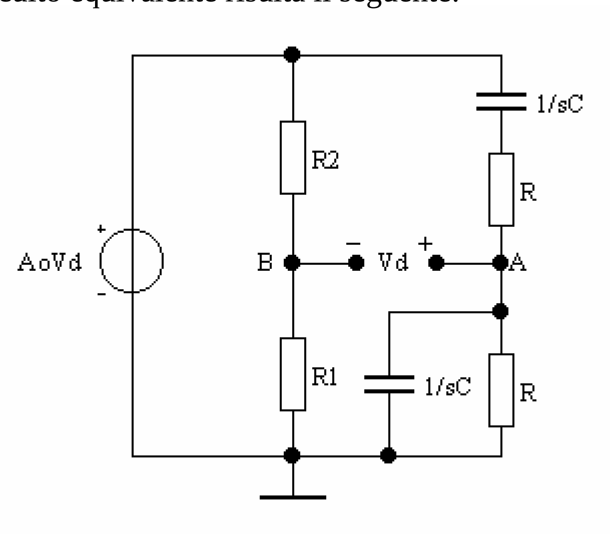
Essendo il primo membro reale, dovrà esserlo anche il secondo, il che avverrà per la frequenza f_o che rende nulla la parte immaginaria:

$$\omega_o RC - \frac{1}{\omega_o RC} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega_o RC)^2 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_o RC = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_o = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi RC}$$

A questa frequenza si ha: $B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad BA = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{B} = 3 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2R_1$.

<u>Calcolo di f_o , β e A nel caso reale: A_o finito.</u>

Supponendo che l'amplificatore non assorba corrente d'ingresso e sia nulla la sua resistenza d'uscita, possiamo aprire le maglie in corrispondenza dei terminali d'ingresso, senza alterare il comportamento del circuito, e schematizzare l'amplificatore mediante un generatore di tensione ideale $A_o V_d (= V_o)$. Il circuito equivalente risulta il seguente:



Affinché il generatore $A_o V_d$, considerato come generatore indipendente, determini una tensione V_d in ingresso, deve risultare:

$$V_d = V_A - V_B = V_+ - V_- = A_o V_d \left(\frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Perché si abbia oscillazione $A_o V_d$ deve essere in fase con il segnale V_d (cioè il segnale retroazionato deve essere in fase con la tensione in ingresso) e ciò si ha alla frequenza $f_o = \frac{1}{2\pi RC}$ alla quale si annulla la parte immaginaria. Alla frequenza f_o si ha:

$$V_d = A_o V_d \left(\frac{1}{3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad \Rightarrow \quad 1 = A_o \left(\frac{1}{3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad \Rightarrow \quad B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{A_o}.$$

Se $A_o = \infty$ si ricade nel caso ideale. Si devono, quindi, avere valori di A_o il più alti possibile. Tenendo conto di una amplificazione finita, la condizione di oscillazione sarà:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} \le \frac{1}{3} \qquad \Rightarrow \qquad R_2 \ge 2R_1.$$