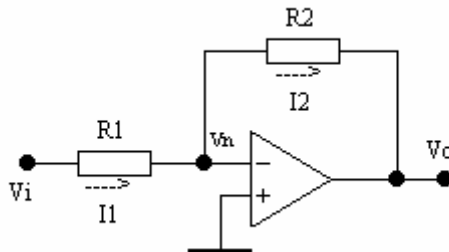


## Amplificatore invertente

Un amplificatore operazionale si dice in configurazione invertente quanto il segnale d'ingresso è applicato all'ingresso invertente (-) e il segnale di uscita è sfasato di  $180^\circ$  rispetto al segnale d'ingresso. Lo schema dell'amplificatore invertente è il seguente:



Tale configurazione è ad anello chiuso ed  $R_2$  viene detta resistenza di retroazione.

Si dice ad anello chiuso quando parte dal segnale d'uscita viene riportato in ingresso, ossia si ha una retroazione (nel nostro caso la reazione è di tipo negativo perché il segnale è riportato sul morsetto invertente).

Nel circuito  $V_i$  è la tensione applicata in ingresso,  $V_o$  è la tensione d'uscita;  $R_1$  ed  $R_2$  sono le resistenze che costituiscono la rete di retroazione.

Per studiare un circuito lineare con amplificatore operazionale si utilizzano le due proprietà degli amplificatori operazionali in funzionamento lineare, ossia:

- Equipotenzialità degli ingressi  $V_+ = V_-$
- Gli ingressi non assorbono corrente  $I_i = 0$

Poiché gli ingressi sono equipotenziali e l'ingresso non invertente è collegato a massa, si ha:  $V_+ = V_- = V_N = 0$ .

Poiché gli ingressi non assorbono corrente, si ha:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_i - V_N}{R_1} = \frac{V_N - V_o}{R_2} \Rightarrow V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow A = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

La funzione d'uscita è: 
$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i$$

La funzione di trasferimento è: 
$$A = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Il segno meno indica che la tensione d'uscita è di polarità opposta a quella d'ingresso; in regime sinusoidale si dice che lo sfasamento tra ingresso ed uscita è di  $180^\circ$ .

Se  $R_1 = R_2$ , l'uscita e l'ingresso sono di valore uguale ma di segno opposto (invertitore a guadagno unitario)

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i = -V_i.$$

Se  $R_1 > R_2$  si ha un'amplificazione tra uscita ed ingresso.

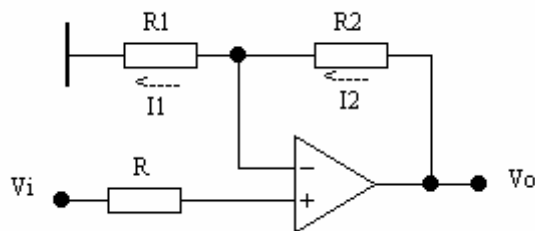
Se  $R_1 < R_2$  si ha un'attenuazione tra uscita ed ingresso.

La resistenza di ingresso è:  $R_i = \frac{V_i}{I_i} = R_1$ , coincide con la resistenza sull'ingresso invertente.

La resistenza d'uscita è:  $R_o = R_{oi} \cdot \frac{A}{A_o} \cong 0$

### Amplificatore non invertente

Un amplificatore operazionale si dice in configurazione non invertente quanto il segnale d'ingresso è applicato all'ingresso non invertente (+) e il segnale di uscita è in fase col segnale d'ingresso. Lo schema dell'amplificatore invertente è il seguente:



Poiché gli ingressi non assorbono corrente, non si ha corrente nella resistenza R, per cui ai suoi capi non c'è alcuna differenza di potenziale, pertanto la tensione sull'ingresso non invertente coincide con quella d'ingresso,  $V_+ = V_i$ ; inoltre, si ha.

$$I_2 = I_1 \Rightarrow \frac{V_o - V_-}{R_2} = \frac{V_-}{R_1} \Rightarrow V_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot V_- = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_-$$

Essendo gli ingressi sono equipotenziali, si ha:

$$V_- = V_+ = V_i \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_i$$

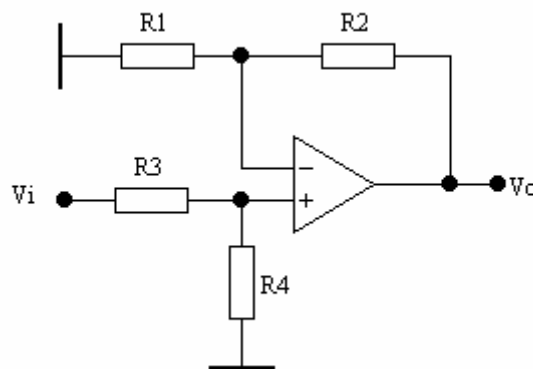
La funzione di trasferimento è:  $A = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

Essendo l'amplificazione positiva, la tensione d'uscita in fase con quella d'ingresso. L'amplificazione risulta, in ogni caso, maggiore di 1.

La resistenza di ingresso è:  $R_i = \frac{V_i}{I_i} = \infty$ , è comunque maggiore della resistenza d'ingresso intrinseca dell'amplificatore operazionale.

La resistenza d'uscita è:  $R_o = R_{oi} \cdot \frac{A}{A_o} \cong 0$

È possibile comunque ottenere un'amplificazione minore di 1 inserendo il segnale d'ingresso mediante un partitore resistivo, come in figura.

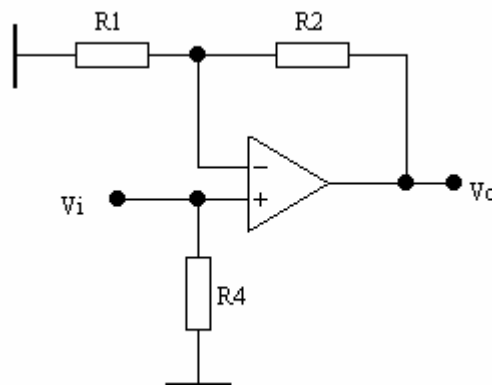


$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_i$$

la resistenza d'uscita resta inalterata, mentre cambia quella d'ingresso:

$$R_i = \frac{V_i}{I_i} = R_3 + R_4$$

Nel caso in cui la sorgente del segnale è un generatore di corrente, si avrà segnale in ingresso solo se la sorgente eroga corrente; pertanto bisogna collegare una resistenza, di opportuno valore, tra l'ingresso non invertente e massa in modo che la corrente generi una differenza di potenziale ad essa proporzionale, come in figura.



$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_+ = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_i$$

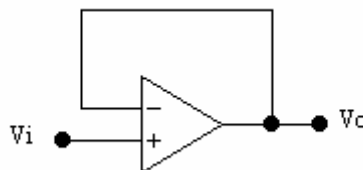
la resistenza d'uscita resta inalterata, mentre cambia quella d'ingresso:  $R_i = \frac{V_i}{I_i} = R_1$

### Inseguitore di tensione

L'inseguitore è un circuito con amplificatore operazionale che riproduce in uscita il segnale d'ingresso. Si ottiene dall'amplificatore non invertente imponendo che l'amplificazione sia uguale ad 1.

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \infty & \text{ramo aperto} \\ R_2 = 0 & \text{ramo in cortocircuito} \end{cases}$$

Il circuito che ne risulta è il seguente:



L'intero segnale d'uscita viene riportato sull'ingresso invertente.

Dall'equipotenzialità degli ingressi, si ha:

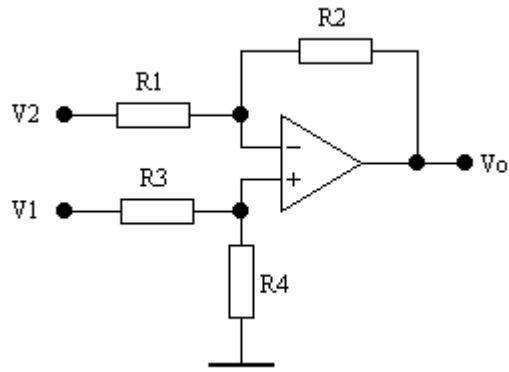
$$V_o = V_- = V_+ = V_i \Rightarrow V_o = V_i$$

Questo circuito, a guadagno unitario, presenta elevatissima resistenza d'ingresso e bassissima resistenza d'uscita, e viene impiegato come adattatore d'impedenza, ossia per adattare una sorgente con resistenza di sorgente non piccola ad un carico di valore non elevato.

### Amplificatore differenziale

Per amplificatore differenziale si intende un circuito in grado di amplificare la differenza tra i due segnali applicati ai due ingressi.

Il circuito di un amplificatore differenziale è il seguente:

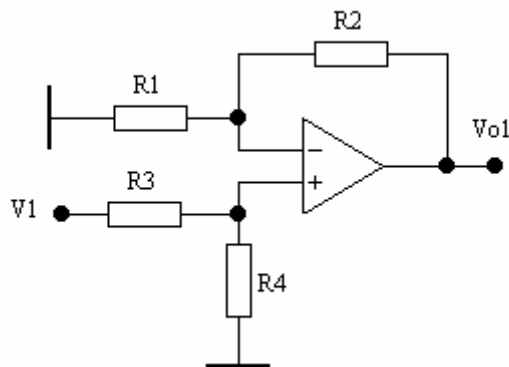


L'uscita  $V_o$  è una combinazione lineare degli ingressi  $V_1$  e  $V_2$ :  $V_o = a_1 V_1 + a_2 V_2$

Essendo il circuito lineare ed agendo due cause, per calcolare la funzione d'uscita si utilizza il principio di sovrapposizione degli effetti. Si calcola l'uscita  $V_o$  come somma tra  $V_{o1}$ , che è il contributo di  $V_1$  al segnale d'uscita una volta cortocircuitato a massa il segnale  $V_2$ , e  $V_{o2}$ , che è il contributo di  $V_2$  al segnale d'uscita una volta cortocircuitato a massa il segnale  $V_1$ :

$$V_o = V_{o1} + V_{o2}$$

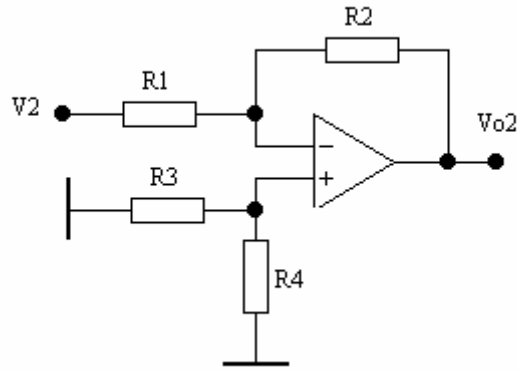
Si cortocircuita a massa  $V_2$  e si calcola  $V_{o1}$ :



L'amplificatore è in configurazione non invertente, pertanto:

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_1$$

Si cortocircuita a massa  $V_1$  e si calcola  $V_{o2}$ :



L'amplificatore è in configurazione invertente, pertanto:  $V_{o2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_2$ .

Sovrapponendo gli effetti, si ha:

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_2$$

dove  $a_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$  e  $a_2 = -\frac{R_2}{R_1}$

Perché risulti:  $V_o = a(V_1 - V_2)$  bisogna imporre che i coefficienti  $a_1$  e  $a_2$  siano tra loro uguali:

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_2}{R_1}$$

Ponendo  $R_1 + R_2 = R_3 + R_4$ , si ha:  $\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_4 = R_2 \Rightarrow R_3 = R_1$

La funzione di uscita diventa:  $V_o = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_1 - V_2)$

Se si vuole che sia:  $V_o = V_1 - V_2$  bisogna imporre  $\frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_2 = R_1$ , ossia che siano tra loro uguali tutte le resistenze  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

Le resistenze di ingresso, relative ai due ingressi si calcolano mettendo l'altro ingresso a massa e applicando la definizione  $R_i = \frac{V_i}{I_i}$

$$\mathbf{R_{i1} = R_3 + R_4} \quad \text{e} \quad \mathbf{R_{i2} = R_1}$$

La resistenza d'uscita è comunque trascurabile.

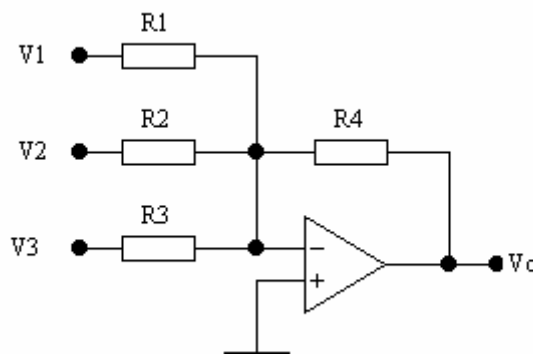
### Circuiti sommatore

Il circuito sommatore, è una particolare configurazione dell'amplificatore operazionale e presenta tanti ingressi quanti sono il numero di segnali da sommare. Il circuito può essere realizzato in due configurazioni: **invertente** e **non invertente**.

Il sommatore è un circuito di tipo lineare, e fornisce in uscita una tensione che è combinazione lineare delle tensioni poste sugli ingressi.

### Sommatore invertente

In figura è riportato il circuito di un sommatore invertente a tre ingressi.



La tensione d'uscita è una combinazione lineare degli ingressi:

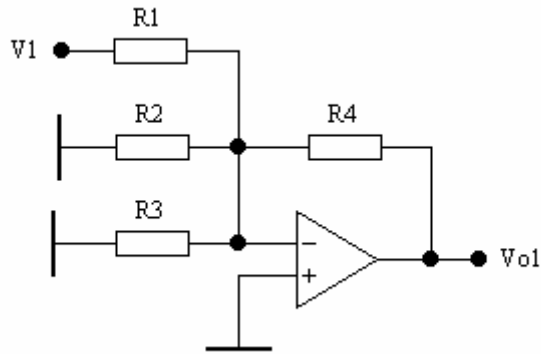
$$\mathbf{V_o = a_1 V_1 + a_2 V_2 + a_3 V_3}$$

Lo studio del circuito viene effettuato considerando l'equipotenzialità degli ingressi e che gli ingressi non assorbono corrente.

Dall'equipotenzialità degli ingressi  $\mathbf{V_- = V_+ = 0}$  si deduce che l'ingresso invertente è virtualmente a massa.

Essendo il circuito lineare e agendo più cause, la funzione d'uscita viene calcolata applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, facendo agire una causa per volta e sommando gli effetti.

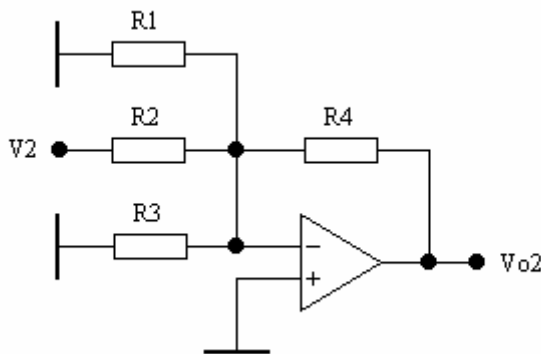
**Si calcola il contributo di  $V_1$ , mettendo a massa  $V_2$  e  $V_3$**



Le resistenze  $R_2$  e  $R_3$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso invertente, ossia a una massa virtuale, risultano elettricamente scollegate. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

$$V_{o1} = -\frac{R_4}{R_1} V_1.$$

**Si calcola il contributo di  $V_2$ , mettendo a massa  $V_1$  e  $V_3$**



Le resistenze  $R_1$  e  $R_3$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso invertente, ossia a una massa virtuale, risultano elettricamente scollegate. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

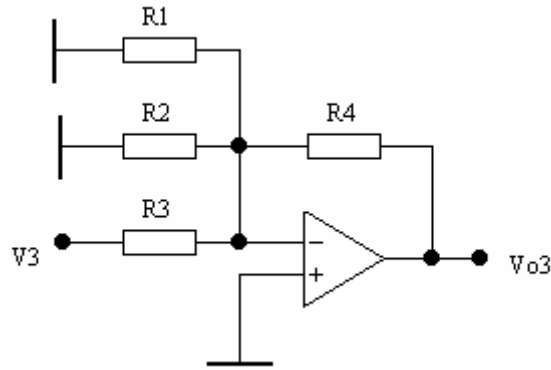
$$V_{o2} = -\frac{R_4}{R_2} V_2.$$

**Si calcola il contributo di  $V_3$ , mettendo a massa  $V_1$  e  $V_2$**

Le resistenze  $R_1$  e  $R_2$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso invertente, ossia a una massa virtuale, risultano elettricamente scollegate. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

$$V_{o3} = -\frac{R_4}{R_3} V_3.$$





**Si sovrappongono gli effetti**

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} + V_{o3} = -\frac{R_4}{R_1} V_1 - \frac{R_4}{R_2} V_2 - \frac{R_4}{R_3} V_3 \quad (1)$$

che è una combinazione lineare degli ingressi.

Se si vuole che la tensione d'uscita sia proporzionale alla somma delle tensioni d'ingresso, cioè che  $V_o = a(V_1 + V_2 + V_3)$ , bisogna imporre nella (1) che tutti i coefficienti  $a_i$  siano tra di loro uguali:

$$\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_4}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \Rightarrow R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow V_o = -\frac{R_4}{R_1} (V_1 + V_2 + V_3) \quad (2)$$

Se si vuole che la tensione d'uscita sia uguale, a meno del segno, alla somma delle tensioni d'ingresso, cioè che  $V_o = -(V_1 + V_2 + V_3)$ , bisogna imporre nella (2) che

$$\frac{R_4}{R_1} = 1 \Rightarrow R_4 = R_1 \Rightarrow V_o = -(V_1 + V_2 + V_3).$$

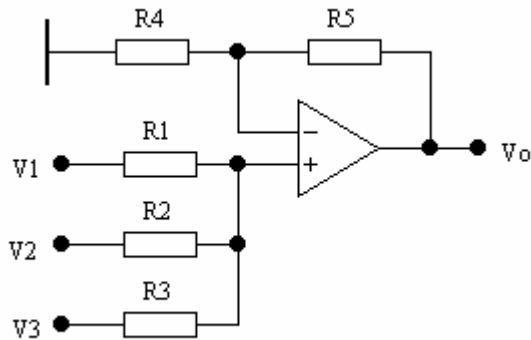
Se si vuole ottenere in uscita la media, a meno del segno, delle tensioni d'ingresso, bisogna imporre nella (2) che

$$\frac{R_4}{R_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow R_4 = \frac{R_1}{3} \Rightarrow V_o = -\frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}.$$

La resistenza d'ingresso di ogni ingresso è la resistenza vista dall'ingresso quando gli altri ingressi sono collegati a massa, pertanto:

$$R_{i1} = R_1 \quad ; \quad R_{i2} = R_2 \quad ; \quad R_{i3} = R_3.$$

## Sommatore non invertente



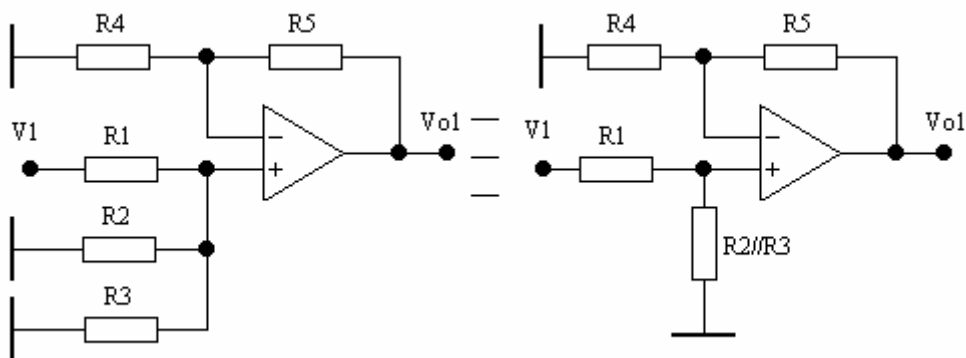
In figura è riportato il circuito di un sommatore invertente a tre ingressi. Anche in questo caso la tensione d'uscita è una combinazione lineare degli ingressi:

$$V_o = a_1 V_1 + a_2 V_2 + a_3 V_3$$

Lo studio del circuito viene effettuato considerando l'equipotenzialità degli ingressi e che gli ingressi non assorbono corrente.

Essendo il circuito lineare e agendo più cause, la funzione d'uscita viene calcolata applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, facendo agire una causa per volta e sommando gli effetti.

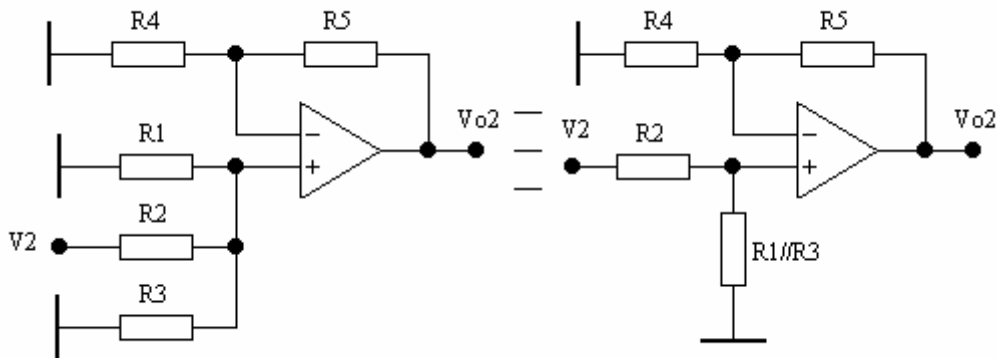
**Si calcola il contributo di  $V_1$ , mettendo a massa  $V_2$  e  $V_3$**



Le resistenze  $R_2$  e  $R_3$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso non invertente, risultano collegate in parallelo. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

$$V_{o1} = \left( 1 + \frac{R_5}{R_4} \right) \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} V_1.$$

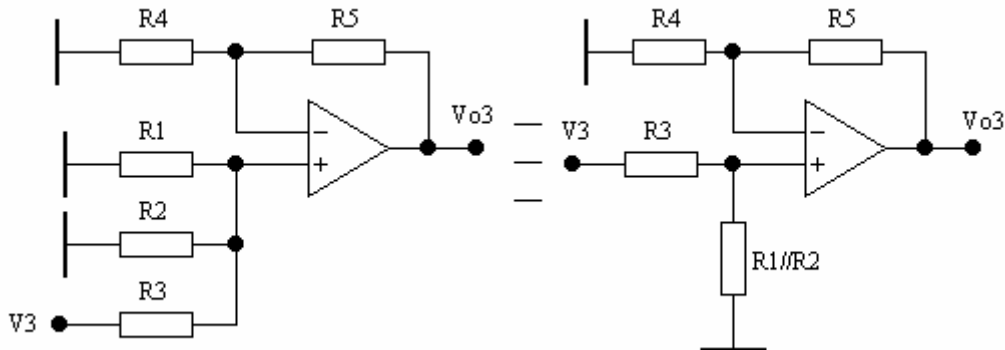
Si calcola il contributo di  $V_2$ , mettendo a massa  $V_1$  e  $V_3$



Le resistenze  $R_1$  e  $R_3$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso non invertente, risultano collegate in parallelo. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

$$V_{o2} = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) \frac{R_1 // R_3}{R_2 + R_1 // R_3} V_2.$$

Si calcola il contributo di  $V_3$ , mettendo a massa  $V_1$  e  $V_2$



Le resistenze  $R_1$  e  $R_2$ , essendo con un estremo collegate a massa e con l'altro estremo collegate all'ingresso non invertente, risultano collegate in parallelo. Il circuito si comporta da amplificatore invertente con tensione d'uscita

$$V_{o3} = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) \frac{R_1 // R_2}{R_3 + R_1 // R_2} V_3.$$

Si sovrappongono gli effetti

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} + V_{o3} =$$

$$= \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) \left[ \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} V_1 + \frac{R_1 // R_3}{R_2 + R_1 // R_3} V_2 + \frac{R_1 // R_2}{R_3 + R_1 // R_2} V_3 \right] \quad (3)$$

che è una combinazione lineare degli ingressi.

Se si vuole che la tensione d'uscita sia proporzionale alla somma delle tensioni d'ingresso, cioè che  $V_o = a(V_1 + V_2 + V_3)$ , bisogna imporre nella (3) che tutti i coefficienti  $a_i$  siano tra di loro uguali:

$$\begin{aligned} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} &= \frac{R_1 // R_3}{R_2 + R_1 // R_3} = \frac{R_1 // R_2}{R_3 + R_1 // R_2} \Rightarrow R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{R_1 // R_1}{R_1 + R_1 // R_1} &= \frac{1}{3} \Rightarrow V_o = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) (V_1 + V_2 + V_3) \end{aligned} \quad (4)$$

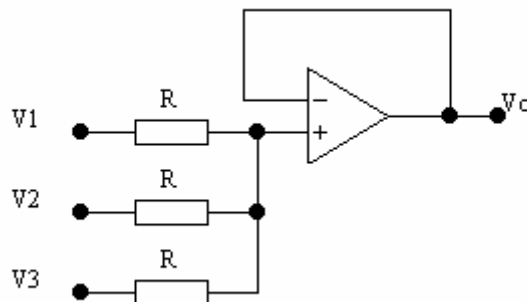
Se si vuole che la tensione d'uscita sia uguale alla somma delle tensioni d'ingresso, cioè che  $V_o = V_1 + V_2 + V_3$ , bisogna imporre nella (4) che

$$1 + \frac{R_5}{R_4} = 3 \Rightarrow R_5 = 2R_4 \Rightarrow V_o = V_1 + V_2 + V_3.$$

Se si vuole ottenere in uscita la media delle tensioni d'ingresso, bisogna imporre nella (4) che

$$1 + \frac{R_5}{R_4} = 1 \Rightarrow R_4 = \infty \text{ e } R_5 = 0 \Rightarrow V_o = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}$$

il circuito diventa un inseguitore a tre ingressi:



La resistenza d'ingresso di ogni ingresso è la resistenza vista dall'ingresso quando gli altri ingressi sono collegati a massa, pertanto:

$$R_{i1} = R_1 + R_2 // R_3 \quad ; \quad R_{i2} = R_2 + R_1 // R_3 \quad ; \quad R_{i3} = R_3 + R_1 // R_2$$