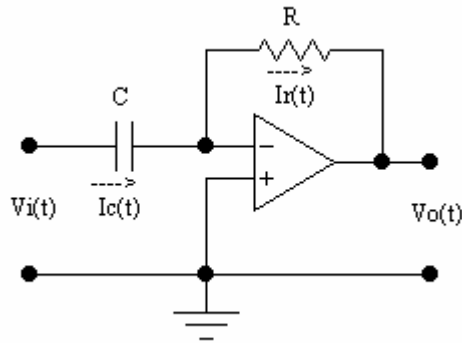


DERIVATORE INVERTENTE E DERIVATORE INVERTENTE REALE

E' un circuito che fornisce in uscita un segnale proporzionale alla derivata del segnale d'ingresso.



Per ottenere la funzione di uscita si sfrutta l'equipotenzialità degli ingressi e che gli ingressi non assorbono corrente.

Per l'equipotenzialità degli ingressi, l'ingresso invertente si trova a zero volt di massa virtuale $V_- = V_+ = 0$.

Poiché gli ingressi non assorbono corrente, la corrente nella capacità risulterà uguale alla corrente nella resistenza: $I_C(t) = I_r(t)$. Le relazioni che legano le correnti nella capacità e nella resistenza alle tensioni ai loro capi sono:

$$I_C = C \cdot \frac{dV_i}{dt} = -\frac{V_o}{R} = I_r \Rightarrow V_o(t) = -RC \cdot \frac{dV_i(t)}{dt}$$

Il segnale d'uscita risulta, quindi, proporzionale alla derivata del segnale d'ingresso.

Se si utilizzano solo segnali sinusoidali, si può risolvere il circuito in notazione simbolica. Si ottiene una funzione d'uscita in funzione della frequenza, che fornisce informazioni sulla risposta in frequenza del circuito.

$$\bar{V}_o = -\frac{\bar{Z}_R}{\bar{Z}_C} \cdot \bar{V}_i = -\frac{R}{-jX_C} \cdot \bar{V}_i = -j\omega RC \bar{V}_i \Rightarrow G(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{V}_i} = -j\omega RC$$

Si calcola modulo e fase della funzione di trasferimento:

$$G(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{V}_i} = -j\omega RC \left\{ \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \omega RC \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

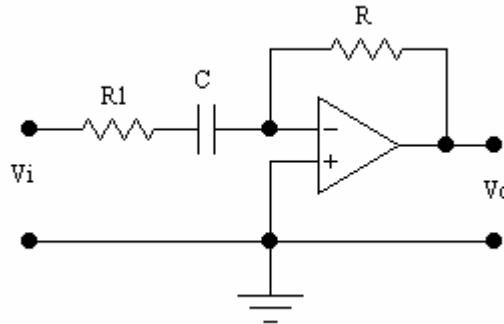
Il segnale d'uscita V_o è in ritardo di 90° rispetto a V_i e, a parità di R e di C , la sua ampiezza aumenta all'aumentare di ω e quindi della frequenza del segnale d'ingresso. Il suo comportamento è critico alle alte frequenze.

L'amplificazione cresce con la frequenza, così come l'ampiezza: non si dispone di amplificatori operazionali con amplificazione infinita né la tensione d'uscita può eccedere quella d'alimentazione; inoltre, i rumori (segnali indesiderati che si sovrappongono al segnale utile su una

banda di frequenza nettamente superiore a quella del segnale) verranno derivati con massima amplificazione, provocando malfunzionamento del circuito.

Per potere utilizzare il circuito bisogna limitare l'amplificazione alle alte frequenze.

All'aumentare della frequenza diminuisce X_C (fino a tendere a diventare un corto circuito). Per impedire che il ramo d'ingresso diventi, alle alte frequenze, un corto circuito, si inserisce in serie a C una resistenza R_1 di opportuno valore, come in figura. Tale circuito è detto derivatore invertente reale.



In notazione simbolica, si ha:

$$\bar{V}_o = -\frac{R}{R_1 - jX_C} \cdot \bar{V}_i = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1 - j\frac{X_C}{R_1}} \cdot \bar{V}_i = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega R_1 C}} \cdot \bar{V}_i$$

la cui funzione di trasferimento è:

$$G(j\omega) = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega R_1 C}} \left\{ \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega R_1 C}\right)^2}} \\ \varphi = \pi + \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega R_1 C} \end{array} \right.$$

Si analizza il comportamento del circuito alle alte e alle basse frequenze.

Basse frequenze della banda

$$- \text{ Se } \omega \rightarrow 0, \text{ si ha: } \frac{1}{\omega R_1 C} \gg 1 \Rightarrow 1 \text{ è trascurabile rispetto } \frac{1}{\omega R_1 C} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \omega RC \\ \varphi = \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$\Rightarrow G(j\omega) = -j\omega RC$ il circuito si comporta da derivatore invertente

Alte frequenze della banda

$$- \text{ Se } \omega \rightarrow \infty, \text{ si ha: } \frac{1}{\omega R_1 C} \ll 1 \Rightarrow \frac{1}{\omega R_1 C} \text{ è trascurabile rispetto a } 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \frac{R}{R_1} \\ \varphi = \pi \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G(j\omega) = -\frac{R}{R_1} \text{ il circuito si comporta da amplificatore invertente}$$

Il circuito si comporta da derivatore alle basse frequenze e da amplificatore invertente, con limitazione del guadagno, alle alte frequenze.

Per delimitare, rispetto alla frequenza, i due tipi di funzionamento, si introduce la frequenza di taglio.

La **frequenza di taglio** è quella frequenza alla quale l'ampiezza dell'uscita, ovvero il modulo della funzione di trasferimento, si riduce di un fattore $\sqrt{2}$ rispetto al massimo valore possibile e la fase subisce una variazione di $\pi/4$ (per un circuito ad una sola costante di tempo). Si calcola imponendo

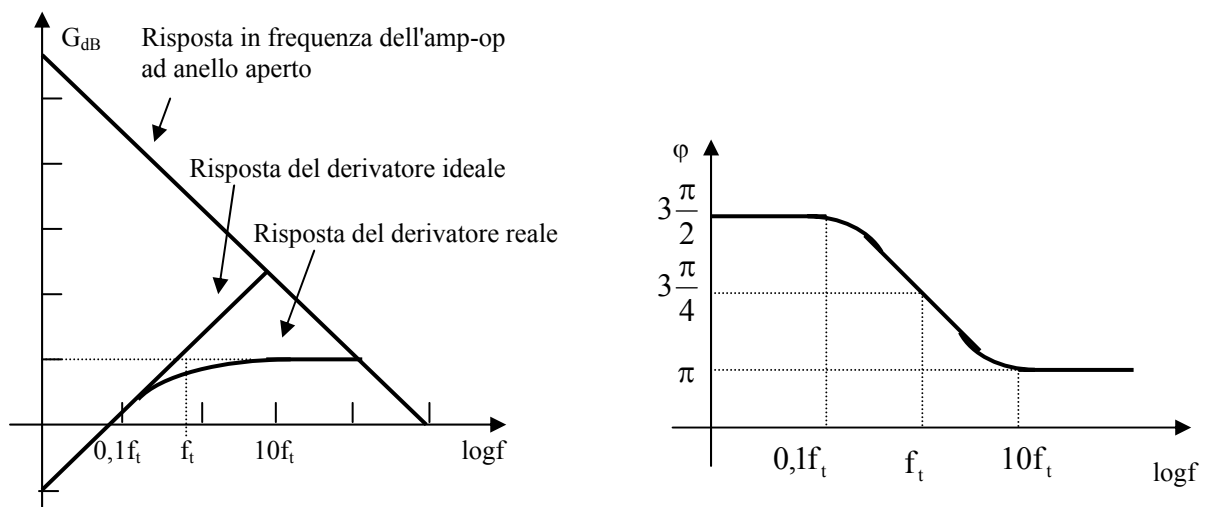
che alla pulsazione ω_t il modulo della funzione di trasferimento sia uguale a $|G(j\omega)| = \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_t R_1 C}\right)^2}} = \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\omega_t R_1 C} = 1 \Rightarrow \omega_t = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow f_t = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

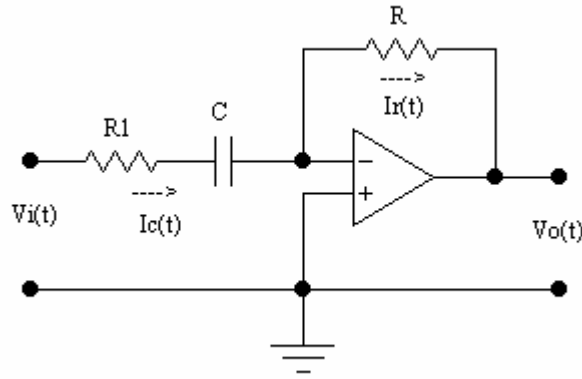
La risposta del circuito, all'aumentare della frequenza, passa da quella di un derivatore a quella di un amplificatore invertente. Tale passaggio è, ovviamente, graduale. Nell'intorno della frequenza di taglio si ha la transizione tra i due tipi di risposta. Commettendo un errore trascurabile, si può affermare che:

- al di sotto di $0,1f_t$ il circuito si comporta sicuramente da derivatore;
- al di sopra di $10f_t$ si comporta sicuramente da amplificatore invertente;
- tra tali frequenze si ha il passaggio da un comportamento (derivatore) all'altro (amplificatore invertente).

Nelle figure sono riportate le curve di risposte del modulo e della fase della funzione di trasferimento.



Se il segnale d'ingresso non è sinusoidale si deve risolvere il circuito in funzione del tempo.



Si assume che gli ingressi sono equipotenziali, $V_- = V_+ = 0$, e che gli ingressi non assorbono corrente, $i_C(t) = i_r(t)$.

$$i_C(t) = i_r(t) = -\frac{v_o(t)}{R} \quad ; \quad v_{R1}(t) = R_1 i_C(t) = R_1 i_r(t) = -\frac{R_1}{R} v_o(t)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_C(t)}{C} = \frac{i_r(t)}{C} = \frac{v_o(t)}{RC}$$

$$v_i(t) = v_{R1}(t) + v_C(t) = R_1 i_C(t) + v_C(t) = -\frac{R_1}{R} v_o(t) + v_C(t)$$

derivando membro a membro rispetto al tempo, si ha:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = -\frac{R_1}{R} \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{dv_C(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_i'(t) = -\frac{R_1}{R} v_o'(t) - \frac{v_o(t)}{RC} \quad \Rightarrow$$

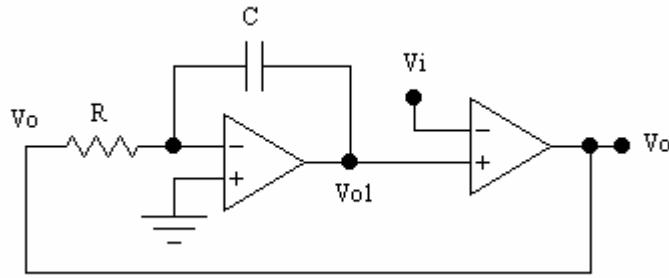
$$\Rightarrow \quad v_o'(t) + \frac{1}{R_1 C} v_o(t) = -\frac{R}{R_1} v_i'(t)$$

Equazione differenziale lineare del primo ordine non omogenea la cui soluzione generale è:

$$v_o(t) = e^{-\int \frac{dt}{R_1 C}} \left[\int -\frac{R}{R_1} v_i'(t) e^{\int \frac{dt}{R_1 C}} dt + k \right] = e^{-\frac{t}{R_1 C}} \left[-\frac{R}{R_1} \int v_i'(t) e^{\frac{t}{R_1 C}} dt + k \right]$$

Essendo la capacità in serie al segnale, bloccherà qualunque componente continua d'ingresso; pertanto la risposta dell'uscita sarà, in ogni caso, a valore medio nullo. Inoltre, nell'equazione soluzione dell'equazione differenziale, compare $v_i'(t)$, la derivata prima del segnale d'ingresso, in cui non comparirà alcuna componente continua del segnale d'ingresso, essendo nulla la derivata di un valore costante.

DERIVATORE IDEALE CON IMPEDENZA DI ENTRATA INFINITA



Il derivatore invertente ideale presenta, in regime sinusoidale, un'impedenza di entrata $Z_i = \frac{1}{\omega C}$. A frequenze elevate Z_i tende a 0 e, pertanto, il generatore di segnale è soggetto ad erogare una corrente elevata. Tale inconveniente si può superare utilizzando il circuito sopra riportato. Si calcola la funzione d'uscita:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{o1} &= j \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o \Rightarrow \bar{V}_o = \bar{V}_{o1} - \bar{V}_i = j \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o - \bar{V}_i \Rightarrow \bar{V}_o - j \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o = -\bar{V}_i \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(1 - j \frac{1}{\omega RC}\right) \bar{V}_o = -\bar{V}_i \Rightarrow \bar{V}_o = -\frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}} \cdot \bar{V}_i \end{aligned}$$

Da questa si ottiene la funzione di trasferimento $G(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{V}_i} = -\frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}}$, il cui modulo e fase

sono:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad \varphi = \pi + \arctg \frac{1}{\omega RC}$$

Se $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{\omega RC} \gg 1 \Rightarrow |G(j\omega)| \approx \omega RC$ e $\varphi = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ **Derivatore**

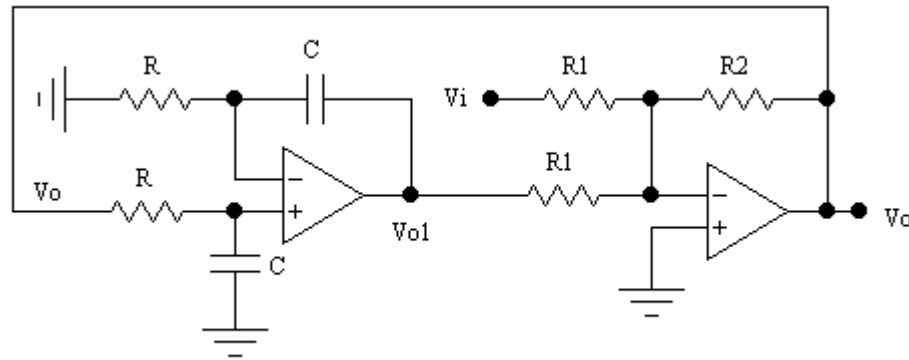
Se $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{\omega RC} \ll 1 \Rightarrow |G(j\omega)| \approx 1$ e $\varphi = \pi$ **Amplificatore invertente A = -1**

Se si vuole la risposta del circuito ad un generico segnale bisogna ricavare l'equazione differenziale la cui soluzione dà la funzione d'uscita.

$$V_{o1} = -\frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_o}{dt} \Rightarrow V_o = V_{o1} - V_i = -\frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_o}{dt} - V_i \Rightarrow \frac{dV_o}{dt} + RC \cdot V_o = -RC \cdot V_i$$

Equazione differenziale del primo ordine del tipo $y' + p(x) \cdot y = q(x)$.

DERIVATORE REALE CON IMPEDENZA D'INGRESSO Z_i PURAMENTE RESISTIVA



Una variante del circuito consente di realizzare un derivatore reale (filtro passa alto) con impedenza d'ingresso ($Z_i = R_1$) puramente resistiva, e ,quindi, indipendente dalla frequenza. Si calcola la funzione d'uscita:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{o1} &= -j \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o \Rightarrow \bar{V}_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \bar{V}_{o1} - \frac{R_2}{R_1} \cdot \bar{V}_i = j \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o - \frac{R_2}{R_1} \cdot \bar{V}_i \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{V}_o - j \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \bar{V}_o &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \bar{V}_i \Rightarrow \left(1 - j \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \right) \bar{V}_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \bar{V}_i \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{V}_o &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 - j \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC}} \cdot \bar{V}_i \end{aligned}$$

Da questa si ottiene la funzione di trasferimento $G(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{V}_i} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 - j \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC}}$, il cui

modulo e fase sono:

$$|G(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \right)^2}} \quad \varphi = \pi + \arctg \left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \right)$$

Se $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \gg 1 \Rightarrow |G(j\omega)| \approx \omega RC$ e $\varphi = \frac{3}{2}\pi \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ **Derivatore**

Se $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega RC} \ll 1 \Rightarrow |G(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1}$ e $\varphi = \pi$ **Amplificatore invertente**

Se si vuole la risposta del circuito ad un generico segnale bisogna ricavare l'equazione differenziale la cui soluzione dà la funzione d'uscita.

$$V_{oi} = \frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_o}{dt} \Rightarrow V_o = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_{oi} - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_i = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_o}{dt} - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_o + \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_o}{dt} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_i \Rightarrow V_o' + \frac{RR_1C}{R_2} \cdot V_o = -RC \cdot V_i$$

Equazione differenziale del primo ordine del tipo $y'+p(x) \cdot y = q(x)$.

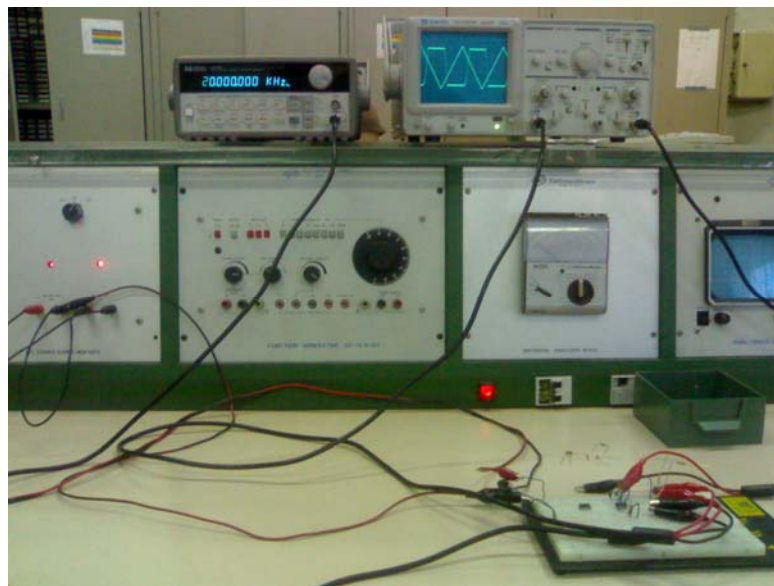


Foto del circuito in esame e della strumentazione e apparecchiature utilizzate.

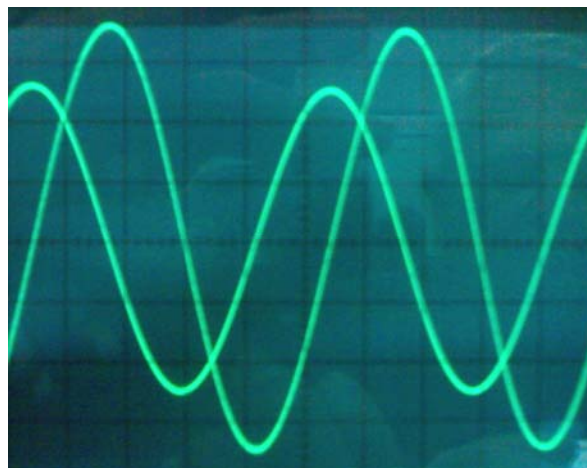
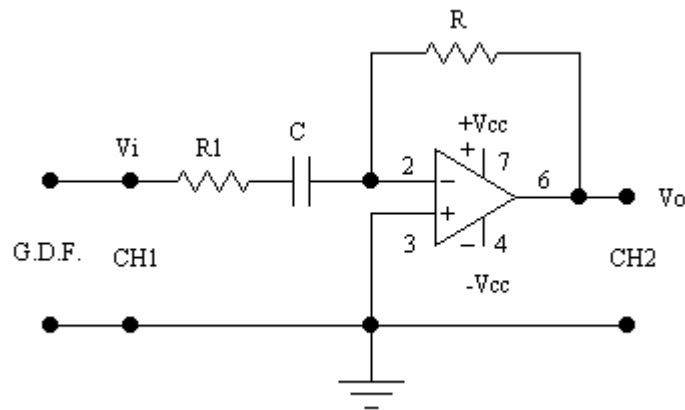


Foto dell'oscillogramma della tipica risposta sinusoidale.

**RILIEVO PER PUNTI DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA E IN FASE DI UN
CIRCUITO DERIVATORE REALE INVERTENTE.
RISPOSTA ALL'ONDA QUADRA E TRIANGOLARE.**

Il rilievo della curva di risposta per punti viene effettuata con misure oscillografiche. Al fine di ottimizzare la visualizzazione delle forme d'onda d'ingresso e d'uscita, bisogna fissare la frequenza limite minima a 200Hz. A tale frequenza il circuito deve comportarsi sicuramente da derivatore. Si fissa, pertanto, la frequenza di taglio a 5KHz (più di 10 volte la frequenza di 200Hz); in tale modo si potrà evidenziare e visualizzare in modo soddisfacente il comportamento del circuito sia alle basse frequenze sia alle alte frequenze.

Circuito di verifica



Si utilizza l'amplificatore operazionale TL081 con una alimentazione duale $V_{CC} = \pm 12V$. Si limita a 10 il valore massimo dell'amplificazione.

Dalla frequenza di taglio si calcola il valore di R_1C :

$$f_t = \frac{1}{2\pi R_1 C} \Rightarrow R_1 C = \frac{1}{2\pi f_t} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^3} = 31,83 \mu s$$

Si fissa $C = 4,7 \mu F$ e si calcola $R_1 = \frac{31,83 \cdot 10^{-6}}{C} = \frac{31,83 \cdot 10^{-6}}{4,7 \cdot 10^{-9}} = 6,8 k\Omega$.

Si calcola R : $A = -\frac{R}{R_1} = -10 \Rightarrow R = 10R_1 = 10 \cdot 6,8 \cdot 10^3 = 68 k\Omega$

Si rileva la risposta in frequenza utilizzando un segnale sinusoidale d'ingresso di ampiezza 0,5V, $v_i(t) = [0,5 \text{sen}(2\pi f t)]V$.

All'aumentare della frequenza, a partire da 200Hz, il comportamento del circuito passerà da quello di derivatore a quello di amplificatore invertente.

Si utilizzano un generatore di funzione con frequenzimetro e un oscilloscopio a doppia traccia.

Procedimento

1. si monta il circuito e si collega l'alimentazione;
2. si collega in ingresso il generatore di funzione e il canale CH1 dell'oscilloscopio; si collega in uscita il canale CH2 dell'oscilloscopio;

3. si seleziona l'onda sinusoidale e si regola l'ampiezza a 0,5V e la frequenza a 200Hz.
4. del segnale d'uscita si misura l'ampiezza e il tempo Δt di cui è ritardato rispetto al segnale d'ingresso;
5. si calcola $|G(j\omega)|_{dB} = 20 \cdot \log \frac{V_{oM}}{V_{iM}}$ e $\varphi = 360^\circ \cdot f \cdot \Delta t$ e si riportano i valori nella tabella;
6. si regola la frequenza, in successione, ai valori riportati in tabella e si ripetono i punti 4 e 5;
7. si riportano i valori del modulo della funzione di trasferimento ed i valori della fase in funzione della frequenza su carta semilogaritmica e si tracciano i grafici del modulo e della fase della funzione di trasferimento;
8. dal grafico (della risposta in frequenza) di $|G(j\omega)|_{dB}$ si determina la frequenza di taglio in corrispondenza del valore 17dB;
9. dallo stesso grafico si scelgono due punti nel tratto rettilineo crescente e si ricava la pendenza.

Nella tabella, per un immediato riscontro, sono riportati anche i valori calcolati di V_{oM} , di $|G(j\omega)|_{dB}$ e di φ . Le formule usate per il calcolo sono:

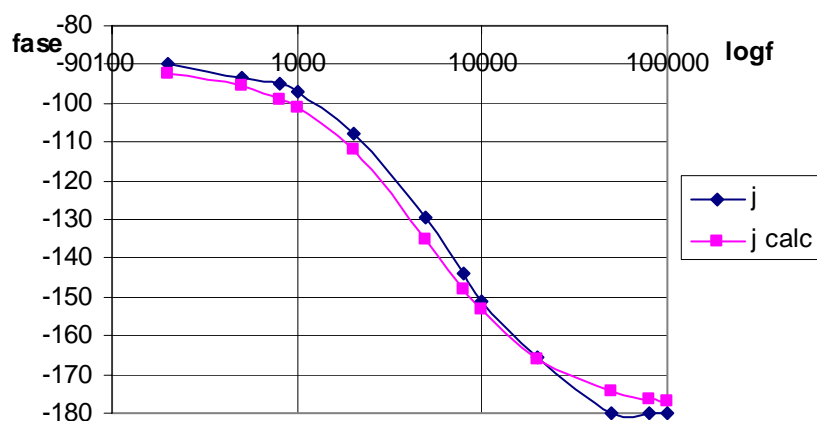
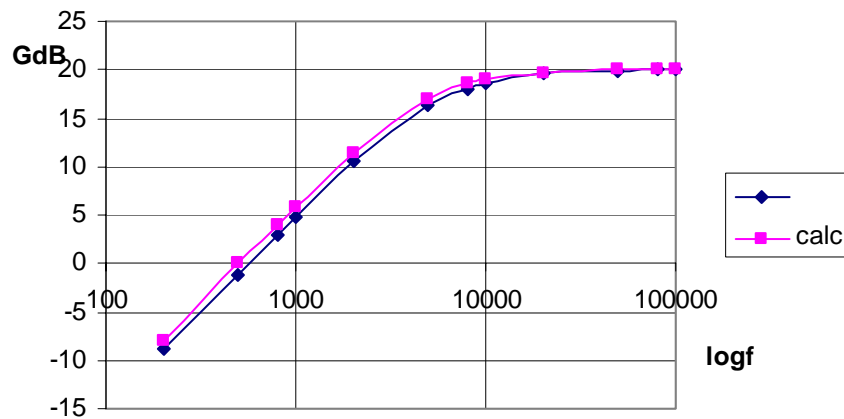
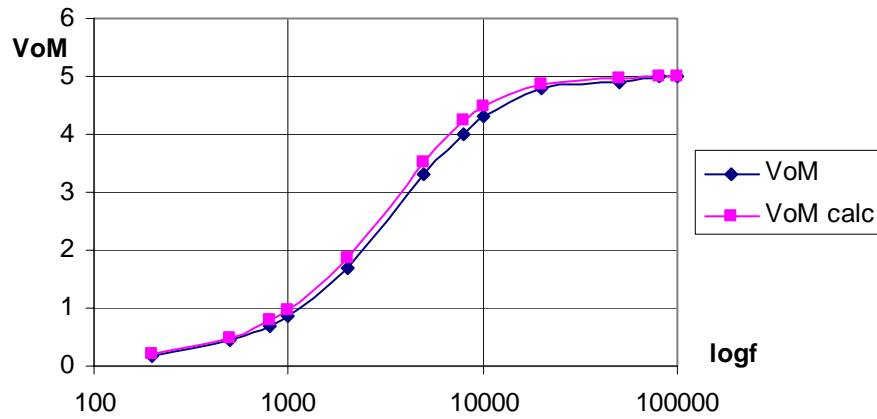
$$|G(j\omega)| = 20 \cdot \log \frac{R}{R_1 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega R_1 C}\right)^2}} = 20 \cdot \log \frac{R}{R_1 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f_t}{f}\right)^2}}$$

$$V_{oM} = \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_t}{f}\right)^2}} \cdot V_{iM} \quad \varphi' = 180^\circ + \arctg \frac{f_t}{f} \Rightarrow \varphi = \varphi' - 360^\circ$$

Tabella dei valori misurati e calcolati

Hz	Volt			Adimensionale		μs	Gradi	
f	V_{iM}	V_{oM}	V_{oM} calc	$ G(j\omega) _{dB}$	$ G(j\omega) _{dB}$ calc	Δt	φ	φ calc
200	0,5	0,18	0,2	-8,874	-7,966	-1250	-90	-92,29
500	0,5	0,44	0,5	-1,11	-0,043	-520	-93,6	-95,7
800	0,5	0,7	0,8	2,92	3,97	-330	-95,05	-99,09
1000	0,5	0,875	0,98	4,86	5,85	-270	-97,2	-101,31
2000	0,5	1,675	1,857	10,5	11,40	-150	-108	-111,80
5000	0,5	3,3	3,53	16,39	17,00	-72	-129,6	-135
8000	0,5	4	4,24	18,06	18,57	-50	-144	-148
10000	0,5	4,3	4,47	18,69	19,03	-42	-151,2	-153,43
20000	0,5	4,8	4,85	19,64	19,74	-23	-165,6	-165,96
50000	0,5	4,9	4,975	19,82	19,96	-10	-180	-174,29
80000	0,5	5	4,99	20	19,98	-6,25	-180	-176,43
100000	0,5	5	5	20	19,99	-5	-180	-177,14

Di seguito si riportano i grafici di V_{oM} , $|G(j\omega)|_{dB}$ e φ in funzione della frequenza in scala logaritmica.



I grafici evidenziano la risposta caratteristica di un circuito derivatore.

La frequenza di taglio può essere valutata a circa 5,3KHz.

Per calcolare la pendenza del tratto inclinato del grafico di $|G(j\omega)|_{dB}$, scegliamo di punti di coordinate (200 ; -8,874) e (2000 ; 10,5), in modo di avere una variazione della frequenza di una decade:

$$\frac{\Delta|G(j\omega)|}{\Delta f} = \frac{10,5 - (-8,874)}{2000 - 200} = 19,374 \frac{\text{dB}}{\text{decade}}$$

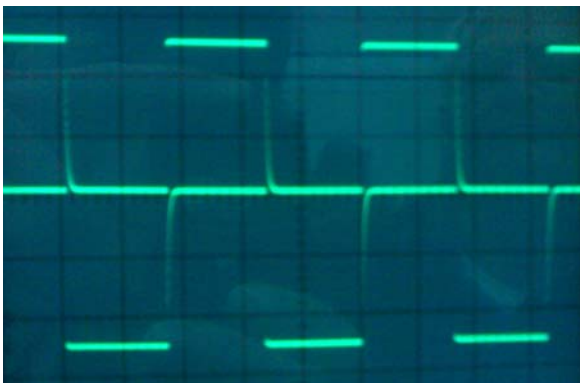
Risposta all'onda quadra e all'onda triangolare

Al fine di rilevare la risposta all'onda quadra e triangolare, si fissa l'ampiezza a 0,5V, si rilevano gli oscillogrammi e si misura l'ampiezza a 300Hz, 3KHz, 5KHz e 30KHz.

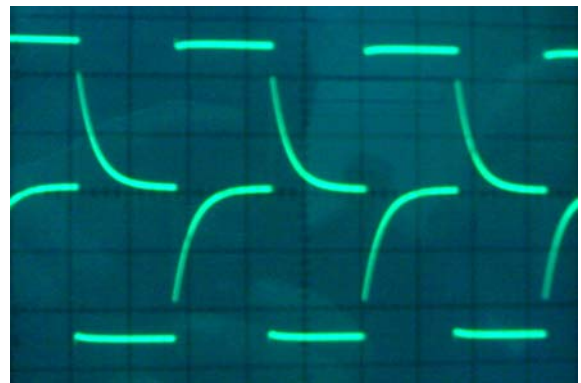
Onda quadra

- A 300Hz e a 3KHz il circuito si comporta da derivatore, fornendo in uscita una forma d'onda periodica impulsiva: un impulso negativo in corrispondenza del fronte di salita dell'onda quadra; un impulso positivo in corrispondenza del fronte di discesa.
- A 5KHz, non esaurendosi i transistori di carica della capacità, si visualizza un segnale in cui sono evidenti tali transitori, e la forma d'onda d'uscita non raggiunge più lo zero.
- A 30KHz il segnale d'uscita tende ad approssimare l'onda quadra d'ingresso, sfasata di 180° e amplificata di 10 volte, e presenta tratti rettilinei con leggera pendenza.
- Andando oltre i 30KHz (fino a 100KHz) si conferma la tendenza dell'uscita a riprodurre l'onda quadra, ma si cominciano a rilevare delle oscillazioni di overshoot indesiderate, che disturbano la risposta oscillografica.

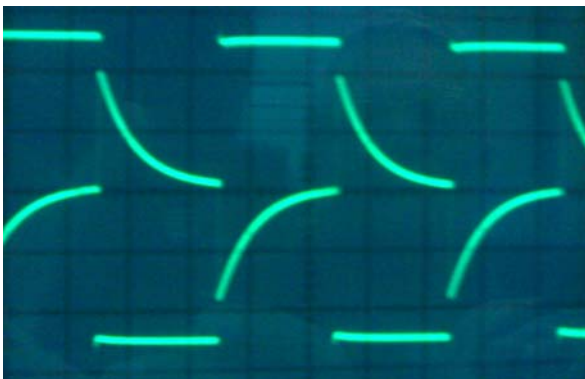
Alle su citate frequenze vengono riportate le foto degli oscillogrammi. Il canale CH1 è posizionato a 0,2V/div. Nella tabella si riportano i valori delle ampiezze misurate e quelli calcolati.



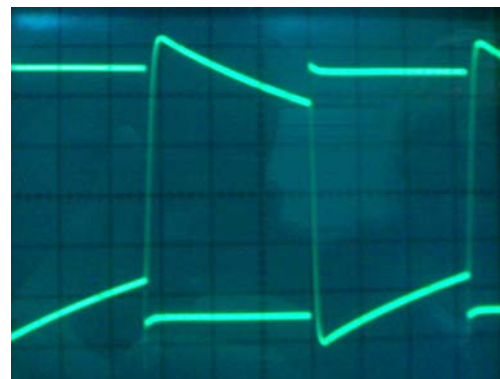
f = 300Hz CH2 a 5V/div



f = 3KHz CH2 a 5V/div



f = 5KHz CH2 a 5V/div

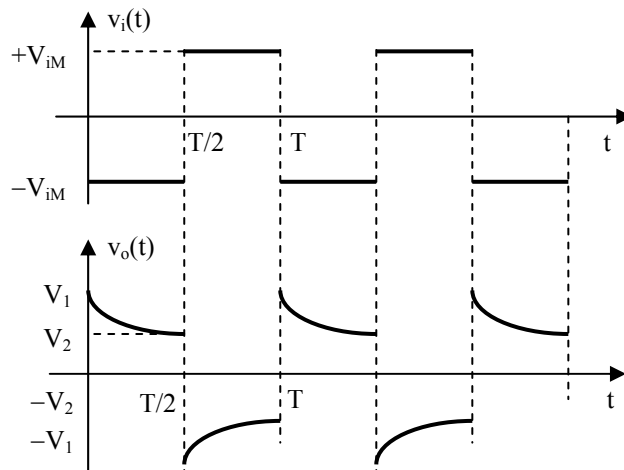


f = 30KHz CH2 a 2V/div

Onda quadra	f = 300Hz		f = 3KHz		f = 5KHz		f = 30KHz	
	CH2 a 5V/div		CH2 a 5V/div		CH2 a 5V/div		CH2 a 2V/div	
	Volt		Volt		Volt		Volt	
	V ₁	V ₂	V ₁	V ₂	V ₁	V ₂	V ₁	V ₂
Valori misurati	10	0	10	0	10	0	6,4	3,6
Valori calcolati	10	0	9,945	0,054	9,58	0,42	6,86	3,14

Il calcolo dei valori teorici aspettati viene eseguito usando le seguenti equazioni risolutive ottenute dall'equazione differenziale associata al circuito:

$$v_o(t) = \begin{cases} \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2V_{iM}}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1C}}} e^{-\frac{t-kT}{R_1C}} & \text{per } kT \leq t < \frac{T}{2} + kT \\ -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2V_{iM}}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1C}}} e^{-\frac{t-\frac{T}{2}-kT}{R_1C}} & \text{per } \frac{T}{2} + kT \leq t < T + kT \end{cases}$$



Restringendo l'intervallo di tempo che interessa ad un periodo, V_1 corrisponde al valore che l'uscita assume al tempo $t = 0$, mentre V_2 corrisponde al valore che assume l'uscita al tempo $t = T/2$:

$$V_1 = v_o(0) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2V_{iM}}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1C}}} \quad V_2 = v_o\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{2V_{iM}}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1C}}} e^{-\frac{T}{2R_1C}}$$

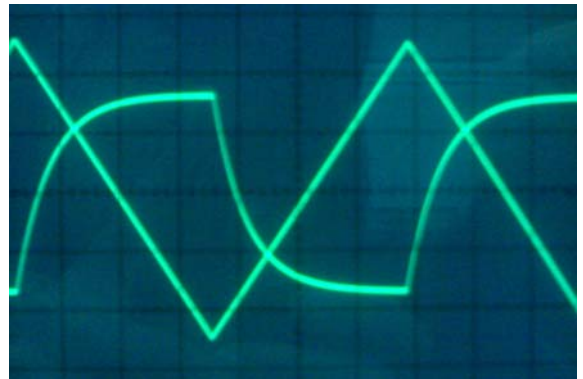
Onda triangolare

- A 300Hz e a 3KHz il circuito si comporta da derivatore, fornendo in uscita un'onda quadra in cui sono visibili i transitori di carica e di scarica della capacità.
- A 5KHz, non esauendosi i transitori di carica e scarica della capacità, si visualizza un segnale in cui sono molto evidenti tali transitori.
- A 30KHz si ottiene un segnale d'uscita pressoché triangolare, sfasato di 180° rispetto quello d'ingresso e amplificato di 10 volte.
- Andando oltre i 30KHz (fino a 100KHz) si conferma la tendenza dell'uscita a riprodurre l'onda triangolare, ma si cominciano a rilevare delle oscillazioni di overshoot indesiderate, che disturbano la risposta oscillografica.

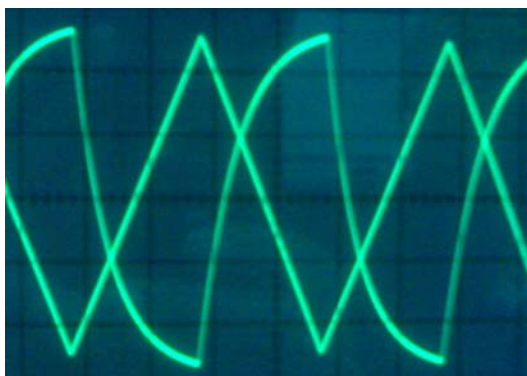
Alle su citate frequenze vengono riportate le foto degli oscillogrammi. Il canale CH1 è posizionato a 0,2V/div. Nella tabella si riportano valori delle ampiezze misurate e quelli calcolati.



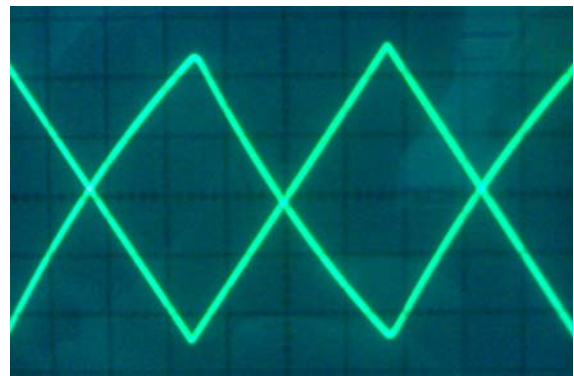
f = 300Hz CH2 a 0,1V/div



f = 3KHz CH2 a 1V/div



f = 5KHz CH2 a 1V/div

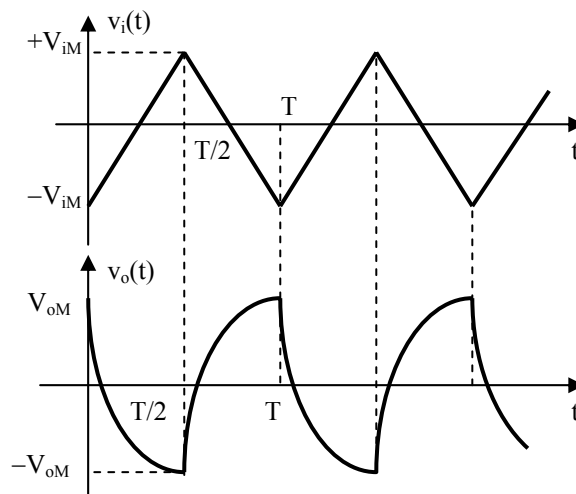


f = 30KHz CH2 a 2V/div

Onda triangolare	f = 300Hz	f = 3KHz	f = 5KHz	f = 30KHz
	CH2 a 0,1V/div	CH2 a 1V/div	CH2 a 1V/div	CH2 a 2V/div
	Volt	Volt	Volt	Volt
	V _{oM}	V _{oM}	V _{oM}	V _{oM}
Valori misurati	1,7	1,85	2,7	4,7
Valori calcolati	0,192	1,9	2,93	4,89

Il calcolo dei valori teorici aspettati viene eseguito usando le seguenti equazioni risolutive ottenute dall'equazione differenziale associata al circuito:

$$v_o(t) = \begin{cases} -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{4R_1 CV_{iM}}{T} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1 C}}} e^{-\frac{t-kT}{R_1 C}} \right) & \text{per } kT \leq t < \frac{T}{2} + kT \\ \frac{R}{R_1} \cdot \frac{4R_1 CV_{iM}}{T} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1 C}}} e^{-\frac{t-\frac{T}{2}-kT}{R_1 C}} \right) & \text{per } \frac{T}{2} + kT \leq t < T + kT \end{cases}$$



Restringendo l'intervallo di tempo che interessa ad un periodo, V_{oM} corrisponde al valore che l'uscita assume al tempo $t = 0$:

$$v_{oM} = v_o(0) = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{4R_1 CV_{iM}}{T} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2R_1 C}}} \right) = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{4\tau V_{iM}}{T} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \right)$$