

## VERIFICA IN CONTINUA E IN ALTERNATA DEL COMPORTAMENTO DI UN CONDENSATORE

Un condensatore, costituito da due armature metalliche parallele separate da un dielettrico, è un bipolo in grado di immagazzinare energia, caricandosi, sotto forma di campo elettrico, e di restituirla al circuito durante la scarica.

Alimentando in corrente continua un circuito contenente un condensatore, una volta esaurito il transitorio di carica (della durata di  $5\tau = 5R_{eq}C$ ), il condensatore si comporta da circuito aperto.

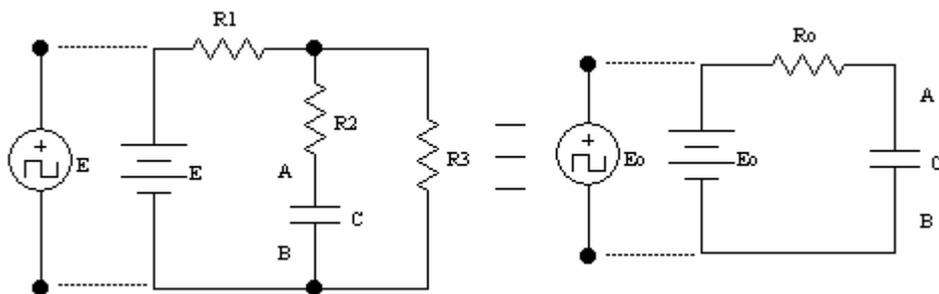
Alimentando lo stesso circuito con un segnale alternato ad onda quadra, il cui semiperiodo è uguale o maggiore di  $5\tau$ , si possono visualizzare i transienti di carica e di scarica con l'oscilloscopio e rilevarne, graficamente, la costante di tempo  $\tau = R_{eq}C$ . Se si utilizza un segnale ad onda quadra a valore medio non nullo, il condensatore si carica a tale valore e la tensione ai suoi capi oscillerà attorno al valore medio (un condensatore, una volta caricato ad un valore costante, si comporta, rispetto a tale valore, come un circuito aperto).

Per una visualizzazione oscillografica ottimale, la frequenza del segnale deve essere ben maggiore di 200Hz.

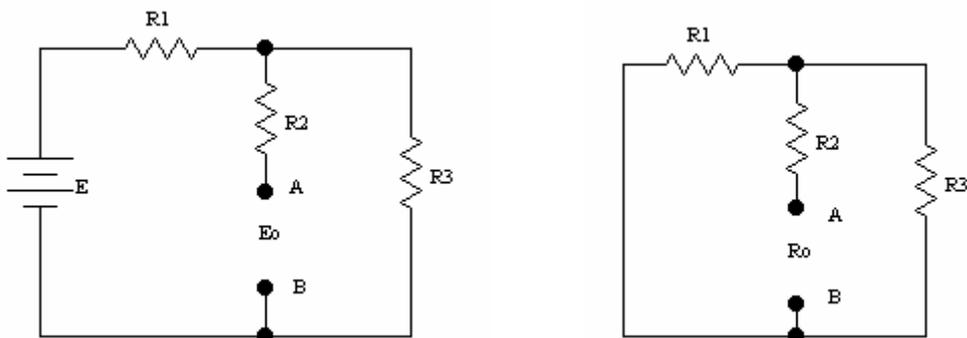
Dapprima, si verifica il comportamento di un condensatore di dato valore inserito in un circuito di cui si devono definire i valori delle resistenza; di seguito, si inserisce un condensatore in un circuito già verificato, si valutano le eventuali modifiche da esso causate e se ne verifica il comportamento.

### VERIFICA IN CONTINUA E IN ALTERNATA DI UN CONDENSATORE DI DATO VALORE IN UN GENERICO CIRCUITO DA DEFINIRE

Si decide di verificare il comportamento di un condensatore nel circuito di figura.



Sia in continua sia in alternata, il condensatore si può caricare fino al massimo valore di  $E_0$  (tensione a vuoto tra i punti A e B in continua; tensione massima raggiungibile in alternata).



In effetti, applicando il teorema di Thèvenin tra i punti A e B, si schematizza l'intero circuito come generatore equivalente di tensione; dove  $E_o$  è la tensione a vuoto tra i punti considerati (i terminali del condensatore) ed  $R_o$  è la resistenza equivalente vista tra i punti A e B una volta cortocircuitato il generatore E (resistenza vista dal condensatore, attraverso cui si carica e si scarica).

**Si esplicitano  $E_o$ ,  $R_o$  e  $\tau$  in funzione dei componenti il circuito.**

$$E_o = \frac{R_3}{R_1 + R_3} E \quad R_o = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \quad \tau = R_o C$$

Per ottimizzare la visualizzazione oscillografica, si fissa la frequenza del segnale ad onda quadra a  $f = 2\text{kHz}$  e si impone che in ogni semiperiodo il transitorio si esaurisca, ossia che risulti:

$$\frac{T}{2} = 5\tau \Rightarrow \tau = \frac{T}{10} = \frac{1}{10f} = \frac{1}{10 \cdot 2 \cdot 10^3} = 50\mu\text{s}$$

Essendo  $\tau = R_o C = 50\mu\text{s}$ , si fissa  $C = 10\text{nF}$  e si calcola  $R_o$ :  $R_o = \frac{\tau}{C} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-9}} = 5\text{k}\Omega$ .

Poiché  $R_o$  dipende da  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , e disponendo di una sola equazione, si fissa uno dei valori delle tre resistenze e si esplicita, delle altre due, una in funzione dell'altra. Si fissa  $R_2 = 2,2\text{k}\Omega$ , si sostituisce nell'espressione di  $R_o$  e si esplicita  $R_1$  in funzione di  $R_3$ :

$$R_o = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = R_o - R_2 = R' = 5 \cdot 10^3 - 2,2 \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 R_3 = R_1 R' + R_3 R' \Rightarrow R_1 R_3 - R_1 R' = R_3 R' \Rightarrow R_1 = \frac{R_3 R'}{R_3 - R'}$$

Si fissa  $R_3 = 5,6\text{k}\Omega$  e si calcola  $R_1$ :  $R_1 = \frac{R_3 R'}{R_3 - R'} = \frac{5,6 \cdot 10^3 \cdot 2,8 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 10^3 - 2,8 \cdot 10^3} = 5,6\text{k}\Omega$ .

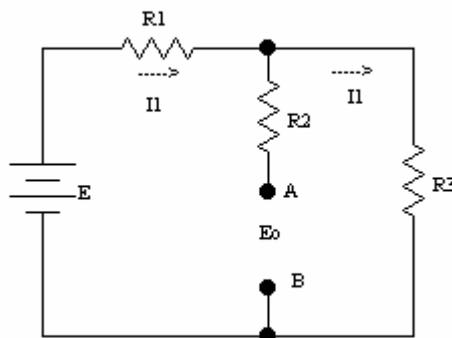
Con tali valori ( $C = 10\text{nF}$ ;  $R_1 = R_3 = 5,6\text{k}\Omega$ ;  $R_2 = 2,2\text{k}\Omega$ ), si ha:

$$R_o = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 2,2 \cdot 10^3 + \frac{5,6 \cdot 10^3 \cdot 5,6 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 10^3 + 5,6 \cdot 10^3} = 5\text{k}\Omega \quad \tau = R_o C = 5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} = 50\mu\text{s}$$

### **Soluzione del circuito in corrente continua**

Una volta esaurito il transitorio, il condensatore si comporta da circuito aperto. I valori delle tensioni e delle correnti si calcolano dal circuito, avendo sostituito al condensatore un circuito aperto. Si utilizza un generatore continuo di 10V.

Valori utilizzati:  $E = 10\text{V}$ ;  $C = 10\text{nF}$ ;  $R_1 = R_3 = 5,6\text{k}\Omega$ ;  $R_2 = 2,2\text{k}\Omega$



La resistenza  $R_2$ , essendo sullo stesso ramo di un circuito aperto, risulta elettricamente scollegata; pertanto:

$$V_2 = I_2 = 0 \quad I_1 = I_3 = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{10}{5,6 \cdot 10^3 + 5,6 \cdot 10^3} = 0,893 \text{mA}$$

$$V_1 = V_3 = R_1 I_1 = 5,6 \cdot 10^3 \cdot 0,893 \cdot 10^{-3} = 5 \text{V}$$

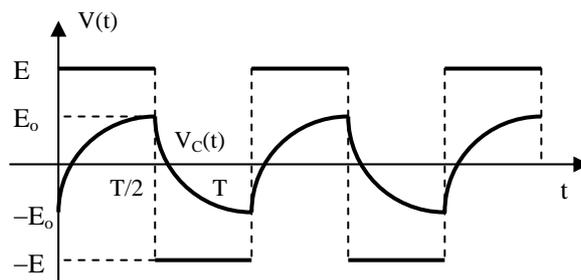
La differenza di potenziale ai capi del condensatore (tra i punti A e B) coincide con  $V_3$ :

$$V_{AB} = E_0 = V_3 = V_C = 5 \text{V} \quad R_0 = 5 \text{k}\Omega \quad \tau = R_0 C = 50 \mu\text{s}$$

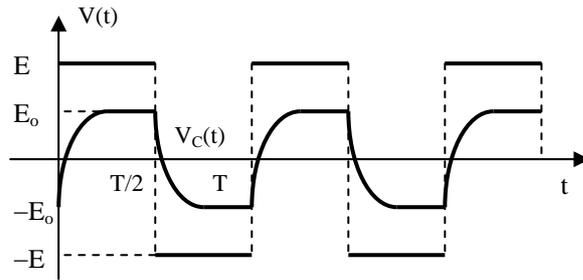
### Con segnale ad onda quadra a valore medio nullo e ampiezza 10V

Il condensatore si carica e si scarica in un tempo minimo di  $5\tau = 5 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 250 \mu\text{s} = \frac{T}{2}$ , dove T è il periodo dell'onda quadra. Il valore massimo a cui si può caricare il condensatore è  $E_0 = 5 \text{V}$ .

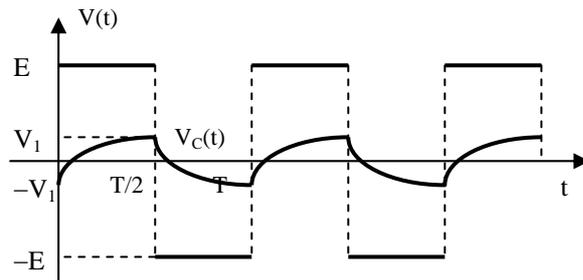
Alla frequenza  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10\tau} = \frac{1}{10 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{kHz}$  un transitorio ha appena il tempo di terminare che inizia il successivo.



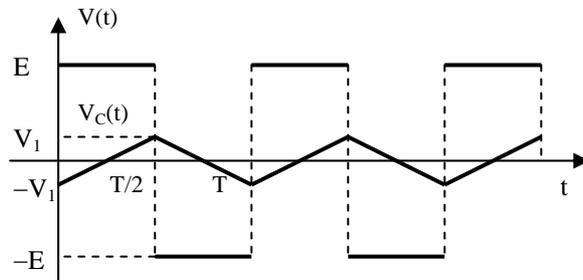
Se si diminuisce la frequenza (aumenta il periodo) i transitori si esauriscono prima che finisca il semiperiodo e la tensione del condensatore rimarrà al suo valore massimo  $E_0$  (sono terminati i transitori) fino al momento della commutazione (termine del semiperiodo). La tensione ai capi del condensatore varierà tra  $-E_0$  e  $+E_0$ . quanto più si diminuirà la frequenza, tanto più la forma d'onda ai capi del condensatore approssimerà un'onda quadra (saranno, comunque, sempre visibili all'inizio di ogni semiperiodo tracce dei transitori di carica e di scarica).



Se si aumenta la frequenza (diminuisce il periodo) i transistori non avranno il tempo di terminare, interrompendosi prima di raggiungere il valore massimo  $E_0$ . Si avranno curve parziali di carica e di scarica e la tensione ai capi del condensatore varierà tra  $-V_1$  e  $+V_1$  ( $< E_0$ ).



Se si aumenta sufficientemente la frequenza, la durata dei transitori sarà così piccola da interessare solo i tratti iniziali delle curve di carica e di scarica, che, dato l'andamento esponenziale sono praticamente rettilinei. Le variazioni della tensione sul condensatore diventano quasi rettilinei, e il segnale ai capi del condensatore approssimerà un'onda triangolare, di ampiezza molto piccola rispetto all'ampiezza dell'onda quadra.



### Verifica in continua

Si verifica che, in corrente continua, una volta esauriti i transistori, il condensatore si comporta da circuito aperto e si rileva la costante di tempo  $\tau$ , misurando la resistenza vista dalla capacità una volta eliminati i generatori indipendenti.

### Procedimento

1. Montato il circuito e collegato il generatore  $E$  tarato a 10V, si misurano le cadute di tensione ai capi delle resistenze e del condensatore;  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_C$ .
2. Con i valori di tensione misurati, applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza, di ricavano i valori delle correnti  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .

3. Si scollega il generatore e lo si sostituisce con un cortocircuito. Si toglie il condensatore e si misura la resistenza a vuoto tra i punti dove era collegato il condensatore:  $R_o$ .
4. Utilizzando il valore di  $R_o$  misurato, si ottiene la costante di tempo come  $\tau = R_o C$ .
5. Si riportano i valori rilevati su di una tabella, nella quale sono riportati anche i valori aspettati, calcolati teoricamente, per un immediato confronto.

Verifica in continua	volt					mA			k $\Omega$	$\mu$ s
	E	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>C</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	R <sub>o</sub>	$\tau$
Valori misurati	10	5,015	0	5,000	5,005	0,895	0	0,893	5,005	50,05
Valori calcolati	10	5	0	5	5	0,983	0	0,983	5	50

**Verifica in alternata con segnale ad onda quadra a valore medio nullo e ampiezza E =10V.**

6. Si sostituisce il generatore continuo col generatore di funzione, si seleziona il segnale ad onda quadra e si regolano la frequenza a 2kHz e l'ampiezza a 10V.
7. Si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio al generatore di funzione e il canale CH2 ai capi del condensatore.
8. Sull'oscilloscopio si visualizzeranno il segnale ad onda quadra d'ingresso e i transitori di carica e di scarica del condensatore.
9. Si regola delicatamente la frequenza fino ad ottenere transitori che si succedono nel momento che la tensione su CH2 raggiunge l'ampiezza massima  $E_o$  della tensione sul condensatore.
10. A tale frequenza si rileva e si determina la costante di tempo misurando la sua durata come numero di quadratini sull'asse orizzontale, dall'inizio alla fine del transitorio, e moltiplicando per il valore della base tempi.
11. Si misura il valore massimo della tensione sul condensatore rilevando, sulla scala verticale, l'ampiezza della tensione dall'inizio alla fine del transitorio e dividendo per 2. Si fotografano gli oscillogrammi sovrapposti.
12. Si diminuisce la frequenza a 1kHz e si verifica che il transitorio si esaurisce prima che finisca il semiperiodo. Si fotografano gli oscillogrammi sovrapposti.
13. Si porta la frequenza a 300Hz e si verifica che la tensione ai capi del condensatore tende ad approssimare l'onda quadra (sono, comunque, sempre evidenti le curvature dovute ai transitori). Si fotografano gli oscillogrammi sovrapposti.
14. Si porta la frequenza a 5kHz e si verifica che i transitori non si esauriscono (la tensione ai capi del condensatore non arriva più a  $E_o$ ) e la tensione ai capi del condensatore è costituita da tratti di curva di carica e di scarica, oscillanti tra  $\pm V_1$ , di cui si rileva il valore. Si fotografano gli oscillogrammi sovrapposti.
15. Si porta la frequenza a 20kHz e si verifica che la tensione ai capi del condensatore varia come un'onda triangolare di ampiezza  $V_1$ , di cui si rileva il valore. Si fotografano gli oscillogrammi sovrapposti.
16. Si riportano le foto e i valori rilevati.

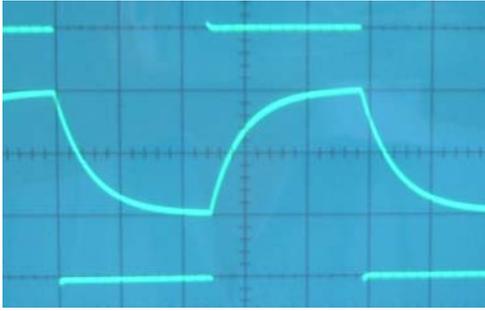
**Oscillogramma f = 2kHz:** base tempi 0,1ms/div; CH1 e CH2 5V/div.

La durata del transitorio è di 2,4 divisioni sull'asse orizzontale  $\Rightarrow 5\tau = 0,24ms \Rightarrow \tau = 48\mu s$ .

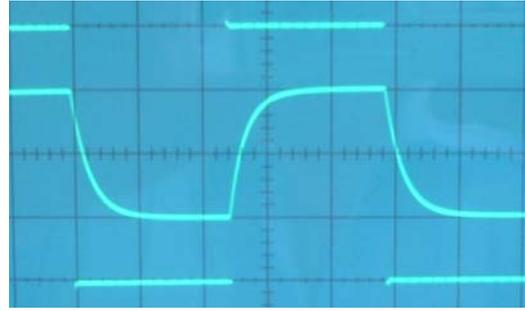
Il valore massimo raggiunto dalla tensione sul condensatore  $E_o = 5V$ , evidente dall'oscillogramma.

**Oscillogramma f = 1kHz:** base tempi 0,2ms/div; CH1 e CH2 5V/div.

Il transitorio si esaurisce prima della commutazione dell'onda quadra.



Oscillogramma  $f = 2\text{kHz}$



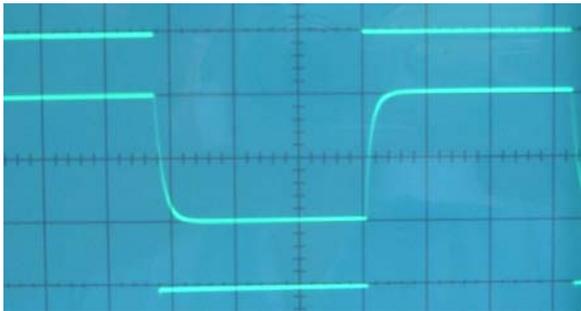
Oscillogramma  $f = 1\text{kHz}$

**Oscillogramma  $f = 300\text{Hz}$ :** base tempi  $0,5\text{ms/div}$ ; CH1 e CH2  $5\text{V/div}$ .

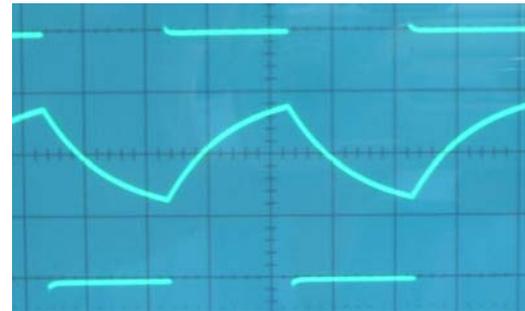
La tensione sul condensatore tende ad assumere la forma dell'onda quadra. Sono molto evidenti i transitori di carica e di scarica ad inizio periodo.

**Oscillogramma  $f = 5\text{kHz}$ :** base tempi  $50\mu\text{s/div}$ ; CH1 e CH2  $5\text{V/div}$ .

La tensione ai capi del condensatore non arriva più a  $E_0 = 5\text{V}$ , ma oscilla tra i valori  $V_1 = \pm 4\text{V}$ . Si notano i tratti di transitorio incompleti che presentano una curvatura meno accentuata dei precedenti.



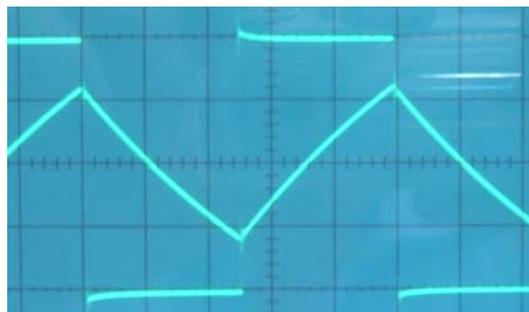
Oscillogramma  $f = 300\text{Hz}$



Oscillogramma  $f = 5\text{kHz}$

**Oscillogramma  $f = 20\text{kHz}$ :** base tempi  $5\mu\text{s/div}$ ; CH1  $5\text{V/div}$  e CH2  $1\text{V/div}$ .

La tensione ai capi del condensatore oscilla tra i valori  $V_1 = \pm 1,2\text{V}$ . I transitori sono praticamente tratti rettilinei, e la variazione di tensione ai capi del condensatore può essere considerato come un'onda triangolare.

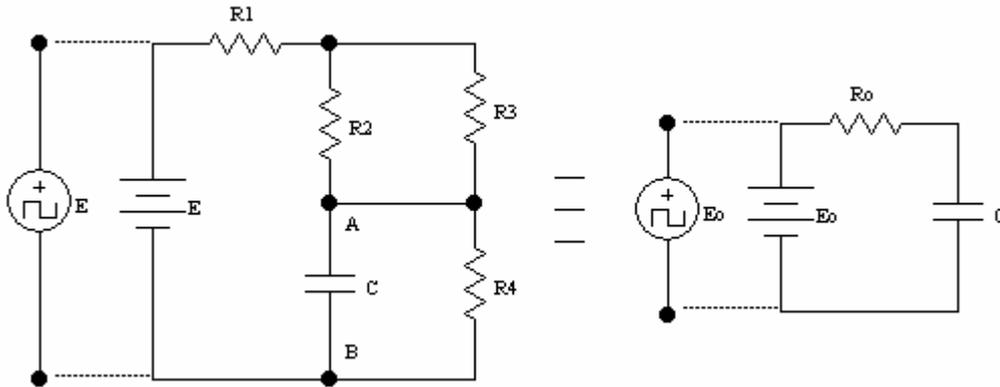


Oscillogramma  $f = 20\text{kHz}$

## VERIFICA IN CONTINUA E IN ALTERNATA DI UN CIRCUITO RESISTIVO, GIÀ VERIFICATO, IN CUI VIENE INSERITO UN CONDENSATORE.

Si inserisce nel circuito di figura, già verificato, un condensatore di  $4,7\mu\text{F}$  tra i punti A e B.

Dati del circuito:  $E = 10\text{V}$ ;  $R_1 = 2,7\text{k}\Omega$ ;  $R_2 = 2,2\text{k}\Omega$ ;  $R_3 = 3,3\text{k}\Omega$ ;  $R_4 = 4,7\text{k}\Omega$ ;

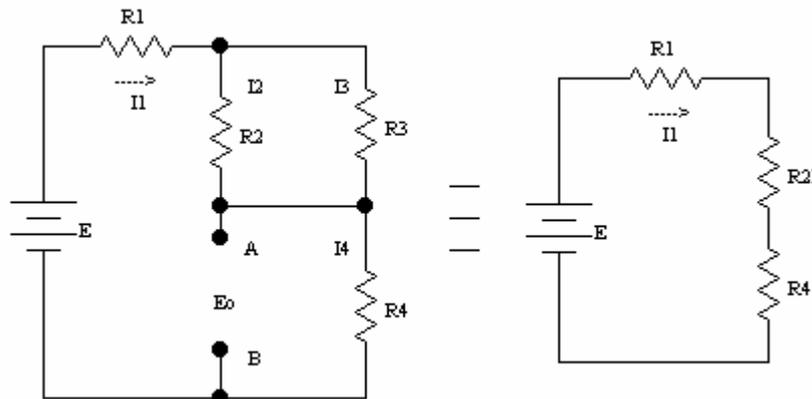


Poiché un condensatore, una volta esauriti i transitori, si comporta da circuito aperto, il suo inserimento, non alterando la conformazione del circuito, non modificherà alcuna tensione o corrente.

Se si sostituisce al generatore continuo un generatore alternato non sinusoidale ( ad esempio, un generatore d'onda quadra), il circuito perde la sua caratteristica di linearità e le relazioni tra le correnti e le tensioni diventano di tipo esponenziale. Infatti, al variare della tensione del generatore, il condensatore varierà la sua tensione alternando transitori di carica e di scarica. Tali transitori sono di tipo esponenziale, e così sarà anche per le variazioni della corrente.

Verificheremo il circuito, e il comportamento del condensatore, sia in continua sia in alternata.

### Soluzione del circuito in corrente continua



Una volta esaurito il transitorio, il condensatore si comporta da circuito aperto. I valori delle tensioni e delle correnti si calcolano dal circuito, avendo sostituito al condensatore un circuito aperto. Si utilizza un generatore continuo di  $10\text{V}$ .

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 1,32\text{k}\Omega$$

$$I_1 = I_4 = \frac{E}{R_1 + R_{23} + R_3} = \frac{10}{2,7 \cdot 10^3 + 1,32 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 1,147 \text{ mA}$$

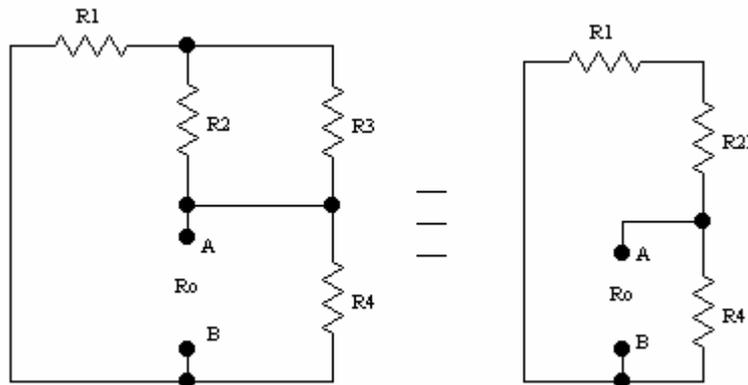
$$V_1 = R_1 I_1 = 2,7 \cdot 10^3 \cdot 1,147 \cdot 10^{-3} = 3,097 \text{ V} \quad ; \quad V_4 = R_4 I_4 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 1,147 \cdot 10^{-3} = 5,391 \text{ V}$$

$$V_{23} = V_2 = V_3 = R_{23} I_1 = 1,32 \cdot 10^3 \cdot 1,147 \cdot 10^{-3} = 1,514 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{1,154}{2,2 \cdot 10^3} = 0,688 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{1,154}{3,3 \cdot 10^3} = 0,459 \text{ mA}$$

La differenza di potenziale a cui si carica il condensatore è la tensione a vuoto tra i punti A e B, e coincide con la tensione  $V_4$ :  $V_{AB} = E_o = V_4 = V_C = 5,391 \text{ V}$ .

Per calcolare la costante di tempo bisogna calcolare la resistenza vista dal condensatore tra i punti A e B a vuoto una volta cortocircuitato il generatore E:



$$R_o = \frac{(R_1 + R_{23})R_4}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{(2,7 \cdot 10^3 + 1,32 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3 + 1,32 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 2,167 \text{ k}\Omega$$

La costante di tempo è:  $\tau = R_o C = 2,267 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} = 10,18 \mu\text{s}$

### Verifica in continua

Si segue lo stesso procedimento di misura della verifica precedente.

Verifica in continua	volt					mA			k $\Omega$	$\mu\text{s}$
	E	$V_1$	$V_2=V_3$	$V_4$	$V_C$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$R_o$	$\tau$
Valori misurati	10	3,103	1,516	5,392	5,392	1,150	0,689	0,459	2,153	10,12
Valori calcolati	10	3,097	1,514	5,391	5,391	1,147	0,688	0,459	2,167	10,18

### Verifica in alternata con segnale ad onda quadra a valore medio nullo e ampiezza $E = 10 \text{ V}$ .

Per una buona e stabile visualizzazione oscillografica, la frequenza del segnale da visualizzare deve essere ben maggiore di 200Hz.

La frequenza alla quale vengono visualizzati i transitori alternarsi e succedersi continuamente al loro esaurirsi è quella frequenza alla quale il semiperiodo è uguale a  $5\tau$ .

Si impone: 
$$\frac{T}{2} = 5\tau T = 10\tau f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10\tau} = \frac{1}{10 \cdot 10,18 \cdot 10^{-6}} = 9,82\text{kHz} \cong 10\text{kHz}$$

Alla frequenza di 10kHz un transitorio ha appena il tempo di terminare che inizia il successivo. Si segue lo stesso procedimento di misura della verifica precedente, tranne che per i valori della frequenza. In questo caso si utilizzano, in successione, le frequenze di 10kHz; 5kHz; 500Hz; 30kHz.

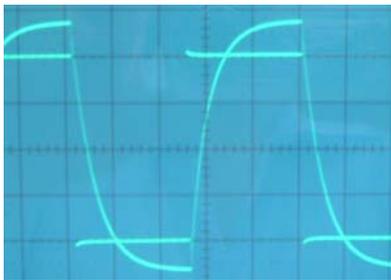
**Oscillogramma f = 10kHz:** base tempi 20μs/div; CH1 5V/div e CH2 2V/div.

La durata del transitorio è di 2,5 divisioni sull'asse orizzontale  $\Rightarrow 5\tau = 0,05\text{ms} \Rightarrow \tau = 10\mu\text{s}$ .

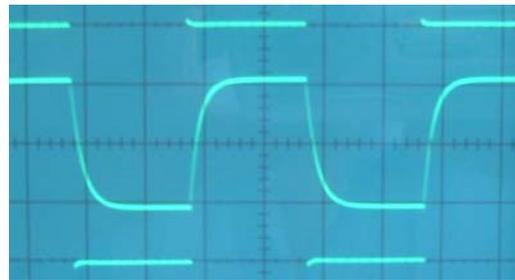
Il valore massimo raggiunto dalla tensione sul condensatore  $E_0 = 5,4\text{V}$ .

**Oscillogramma f = 5kHz:** base tempi 50μs/div; CH1 e CH2 5V/div.

Il transitorio si esaurisce prima della commutazione dell'onda quadra.



Oscillogramma f = 10kHz



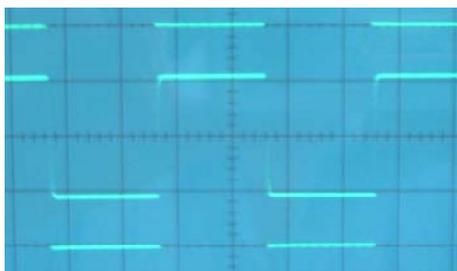
Oscillogramma f = 5kHz

**Oscillogramma f = 500Hz:** base tempi 0,5ms/div; CH1 e CH2 5V/div.

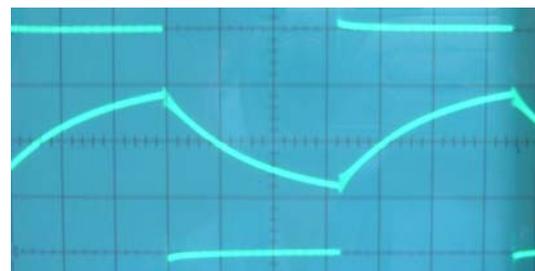
La tensione sul condensatore tende ad assumere la forma dell'onda quadra. Sono poco evidenti i transitori di carica e di scarica ad inizio periodo.

**Oscillogramma f = 30kHz:** base tempi 5μs/div; CH1 e CH2 5V/div.

La tensione ai capi del condensatore non arriva più a  $E_0 = 5\text{V}$ , ma oscilla tra i valori  $V_1 = \pm 4\text{V}$ . Si notano i tratti di transitorio incompleti che presentano una curvatura meno accentuata dei precedenti.



Oscillogramma f = 500Hz



Oscillogramma f = 30kHz