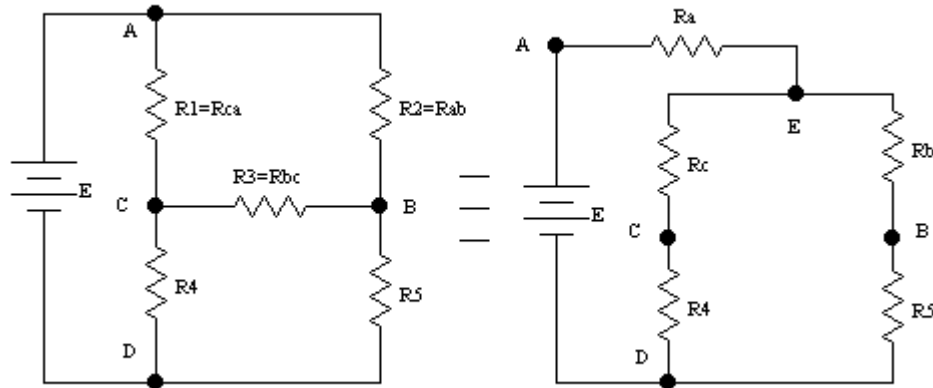


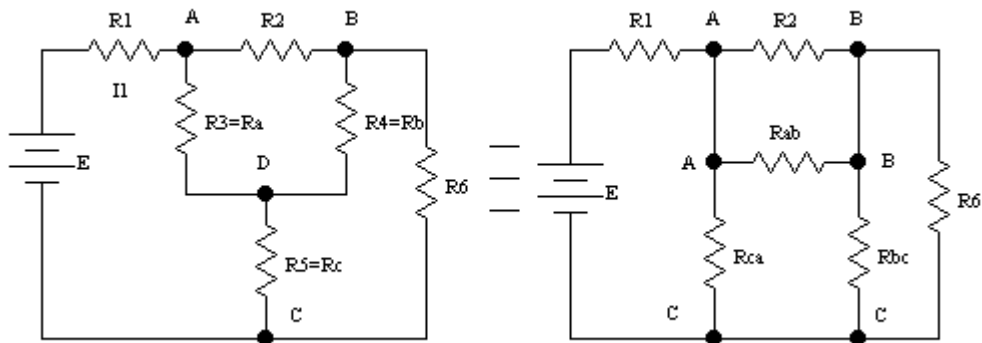
VERIFICA TRASFORMAZIONE STELLA-TRIANGOLO E TRIANGOLO-STELLA

La verifica consiste, essenzialmente, nel confrontare la resistenza equivalente, vista dal generatore, calcolata con la trasformazione con quella che si misura direttamente dal circuito. Si completa l'esperienza confrontando tensioni e correnti misurate sul circuito con quelle preventivamente calcolate tramite il circuito trasformato.

Circuiti da verificare



Trasformazione triangolo-stella



Trasformazione stella-triangolo

Valori dei componenti

Primo circuito: trasformazione triangolo-stella

$$E = 12V \quad ; \quad R_1 = R_3 = 2,2k\Omega \quad ; \quad R_2 = R_4 = 4,7k\Omega \quad ; \quad R_5 = 3,3k\Omega$$

Secondo circuito: trasformazione stella triangolo

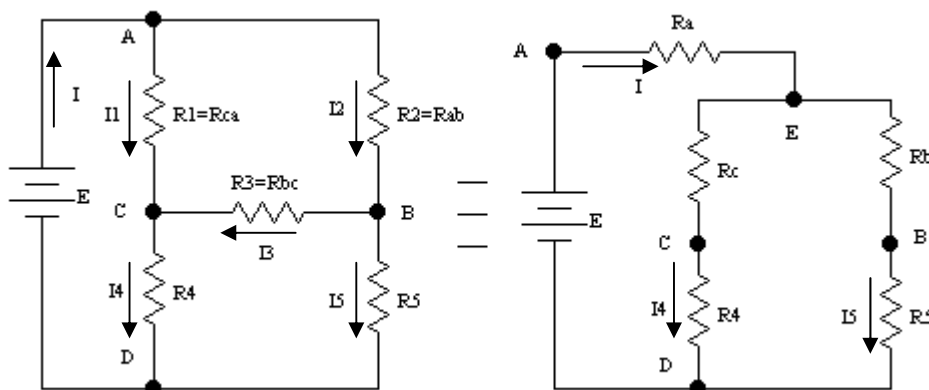
$$E = 12V \quad ; \quad R_1 = R_3 = 2,2k\Omega \quad ; \quad R_2 = R_4 = 1k\Omega \quad ; \quad R_5 = R_6 = 3,3k\Omega$$

Apparecchiature e strumenti

Basetta sperimentale (bread-board); multimetro digitale 4½ digit; alimentatore stabilizzato 12V.

Calcolo dei valori teorici

Primo circuito: trasformazione triangolo-stella



Si trasforma il triangolo ABC in una stella.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_3 + R_1} = \frac{4,7 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{4,7 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 1,14 \text{K}\Omega \\ R_b = \frac{R_{ab} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_1} = \frac{4,7 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{4,7 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 1,14 \text{K}\Omega \\ R_c = \frac{R_{bc} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} = \frac{R_3 R_1}{R_2 + R_3 + R_1} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{4,7 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 0,53 \text{K}\Omega \end{array} \right.$$

Calcolo della resistenza equivalente e risoluzione del circuito.

$$R_{eq} = R_a + \frac{(R_c + R_4)(R_b + R_5)}{R_c + R_4 + R_b + R_5} = 1,14 \cdot 10^3 + \frac{(0,53 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3)(1,14 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3)}{0,53 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3 + 1,14 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 3,54 \text{K}\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{3,54 \cdot 10^3} = 3,39 \text{mA}$$

$$V_{AE} = R_a I = 1,14 \cdot 10^3 \cdot 3,39 \cdot 10^{-3} = 3,86 \text{V}$$

$$V_{ED} = E - V_{AE} = 12 - 3,86 = 8,14 \text{V}$$

$$I_4 = \frac{V_{ED}}{R_c + R_4} = \frac{8,14}{0,53 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 1,556 \text{mA}$$

$$I_5 = \frac{V_{ED}}{R_b + R_5} = \frac{8,14}{1,14 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 1,83 \text{mA} \quad V_{CD} = V_4 = R_4 I_4 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 1,556 \cdot 10^{-3} = 7,31 \text{V}$$

$$V_{BD} = V_5 = R_5 I_5 = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 1,83 \cdot 10^{-3} = 6,04 \text{V} \quad V_{CB} = V_3 = V_{CD} - V_{BD} = 7,31 - 6,04 = 1,27 \text{V}$$

$$I_3 = \frac{V_{CB}}{R_3} = \frac{1,27}{2,2 \cdot 10^3} = 0,58 \text{mA} \quad V_{AB} = V_2 = V_{AD} - V_{BD} = E - V_{BD} = 12 - 6,04 = 5,96 \text{V}$$

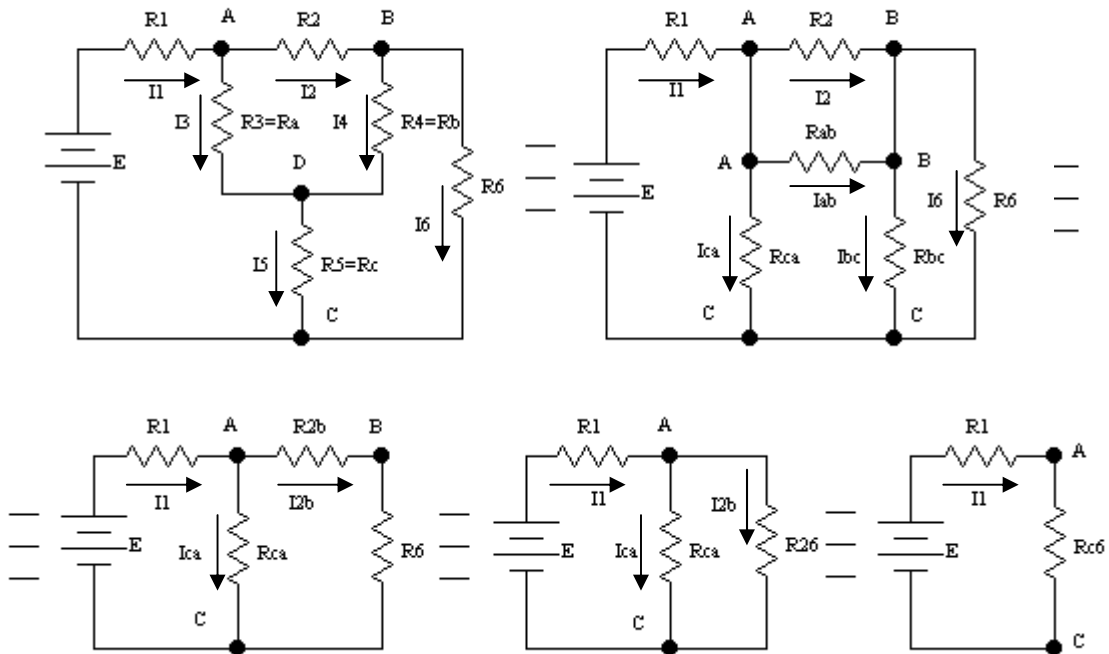
$$V_{AC} = V_1 = V_{AD} - V_{CD} = E - V_{CD} = 12 - 7,31 = 4,69V$$

$$I_1 = \frac{V_{AC}}{R_1} = \frac{4,69}{2,2 \cdot 10^3} = 2,13mA$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{5,96}{4,7 \cdot 10^3} = 1,268mA$$

Secondo circuito: trasformazione stella triangolo

Si trasforma la stella ABC in un triangolo e si risolve.



$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ab} = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_c} \\ R_{bc} = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_a} \Rightarrow \\ R_{ca} = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}{R_b} \\ R_{ab} = \frac{R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_5} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{3,3 \cdot 10^3} = 3,87k\Omega \\ R_{bc} = \frac{R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_3} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3} = 5,8k\Omega \\ R_{ca} = \frac{R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_4} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = 12,76k\Omega \end{array} \right.$$

Calcolo della resistenza equivalente e risoluzione del circuito.

$$R_{2b} = \frac{R_2 R_{ab}}{R_2 + R_{ab}} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 3,87 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 3,87 \cdot 10^3} = 0,79 \text{k}\Omega \quad R_{6c} = \frac{R_{bc} R_6}{R_{bc} + R_6} = \frac{5,8 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{5,8 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 2,1 \text{k}\Omega$$

$$R_{26} = R_{2b} + R_{6c} = 0,79 \cdot 10^3 + 2,1 \cdot 10^3 = 2,89 \text{k}\Omega$$

$$R_{c6} = \frac{R_{ca} R_{26}}{R_{ca} + R_{26}} = \frac{12,76 \cdot 10^3 \cdot 2,89 \cdot 10^3}{12,76 \cdot 10^3 + 2,89 \cdot 10^3} = 2,35 \text{k}\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{c6} = 2,2 \cdot 10^3 + 2,35 \cdot 10^3 = 4,86 \text{k}\Omega$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{4,86 \cdot 10^3} = 2,64 \text{mA}$$

$$V_1 = R_1 I_1 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 2,64 \cdot 10^{-3} = 5,8 \text{V}$$

$$V_{AC} = V_{26} = R_{c6} I_1 = 2,35 \cdot 10^3 \cdot 2,64 \cdot 10^{-3} = 6,2 \text{V}$$

$$I_{ca} = \frac{V_{AC}}{R_{ca}} = \frac{6,2}{12,76 \cdot 10^3} = 0,486 \text{mA}$$

$$I_{2b} = \frac{V_{26}}{R_{26}} = \frac{6,2}{2,89 \cdot 10^3} = 2,145 \text{mA}$$

$$V_{AB} = V_2 = R_{2b} I_{2b} = 0,79 \cdot 10^3 \cdot 2,145 \cdot 10^{-3} = 1,69 \text{V}$$

$$V_{BC} = V_6 = R_{6c} I_{2b} = 2,1 \cdot 10^3 \cdot 2,145 \cdot 10^{-3} = 4,5 \text{V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{1,69}{1 \cdot 10^3} = 1,69 \text{mA}$$

$$I_{ab} = \frac{V_{AB}}{R_{ab}} = \frac{1,69}{3,87 \cdot 10^3} = 0,44 \text{mA}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{BC}}{R_{bc}} = \frac{4,5}{5,8 \cdot 10^3} = 0,77 \text{mA}$$

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = \frac{4,5}{3,3 \cdot 10^3} = 1,36 \text{mA}$$

$$I_3 = I_{ab} + I_{ca} = 0,44 \cdot 10^{-3} + 0,486 = 0,926 \text{mA}$$

$$I_4 = I_{bc} - I_{ab} = 0,77 \cdot 10^{-3} - 0,44 = 0,33 \text{mA}$$

$$I_5 = I_{ca} + I_{bc} = 0,486 \cdot 10^{-3} + 0,77 = 1,256 \text{mA}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,926 \cdot 10^{-3} = 2,04 \text{V}$$

$$V_4 = R_4 I_4 = 1 \cdot 10^3 \cdot 0,33 \cdot 10^{-3} = 0,33 \text{V}$$

$$V_5 = R_5 I_5 = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 1,256 \cdot 10^{-3} = 4,14 \text{V}$$

Procedimento

1. Si monta il primo circuito senza collegare il generatore.
2. Si misura, col multimetro usato come ohmetro, la resistenza equivalente vista tra i morsetti cui verrà collegato il generatore.
3. si collega il generatore e si misurano le differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza: V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 .

4. Si calcolano le correnti con i valori di tensione misurati, applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza: $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$, $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$, $I_3 = \frac{V_3}{R_3}$, $I_4 = \frac{V_4}{R_4}$, $I_5 = \frac{V_5}{R_5}$.
5. Si monta il secondo circuito senza collegare il generatore.
6. Si misura, col multimetro usato come ohmetro, la resistenza equivalente vista tra i morsetti cui verrà collegato il generatore.
7. si collega il generatore e si misurano le differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza: $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$.
8. Si calcolano le correnti con i valori di tensione misurati, applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza: $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$, $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$, $I_3 = \frac{V_3}{R_3}$, $I_4 = \frac{V_4}{R_4}$, $I_5 = \frac{V_5}{R_5}$, $I_6 = \frac{V_6}{R_6}$.
9. Si riportano nelle tabelle i dati sperimentali. In tali tabelle vengono riportati anche i valori calcolati, per un immediato confronto.

Primo circuito												
	kΩ	Volt						mA				
	R_{eq}	E	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
Valori misurati	3,57	12,05	4,66	5,92	1,28	7,39	6,13	2,12	1,26	0,582	1,57	1,86
Valori calcolati	3,54	12	4,69	5,96	1,27	7,31	6,04	2,13	1,268	0,58	1,556	1,83

Secondo circuito														
	kΩ	Volt							mA					
	R_{eq}	E	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Valori misurati	4,60	12	5,79	1,73	2,06	0,36	4,23	4,55	2,63	1,73	0,936	0,36	1,282	1,38
Valori calcolati	4,55	12	5,80	1,69	2,04	0,33	4,14	4,50	2,64	1,69	0,926	0,33	1,256	1,36

Dall'esame delle tabelle risulta che la resistenza equivalente misurata è praticamente uguale a quella calcolata applicando le trasformazioni, cosa che conferma la validità delle trasformazioni stesse. Analogamente per le tensioni e le correnti.