

Supervisore Prof. **Giancarlo Fionda**
Insegnante di Elettronica

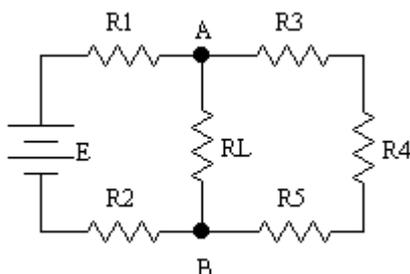
**VERIFICA DEL PRINCIPIO DEL GENERATORE EQUIVALENTE E DEI TEOREMI DI THÈVENIN E DI NORTON E DELLA LORO EQUIVALENZA.
VERIFICA DELLA VALIDITÀ DEL GENERATORE EQUIVALENTE DI TENSIONE.**

Obiettivi

- Verificare sperimentalmente la validità del principio del generatore equivalente e dei teoremi di Thévenin e di Norton.
- Verificare che il principio del generatore equivalente e i teoremi di Thévenin e di Norton sono tra loro equivalenti. In particolare che i valori della resistenza equivalente R_o misurata secondo il principio del generatore equivalente e misurata secondo i teoremi di Thévenin e di Norton coincidono.

PRIMO CIRCUITO

Schema del circuito



$$E = 12 \text{ V} ; R_1 = R_2 = 2,2 \text{ K}\Omega ; R_L = 4,7 \text{ K}\Omega$$

$$R_3 = R_5 = 3,3 \text{ K}\Omega ; R_4 = 1 \text{ K}\Omega$$

Valori e sigle dei componenti

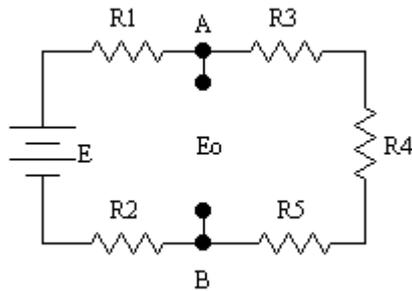
$$R_1 = R_2 = 2,2 \text{ K}\Omega ; R_L = 4,7 \text{ K}\Omega ; R_3 = R_5 = 3,3 \text{ K}\Omega ; R_4 = 1 \text{ K}\Omega$$

Apparecchiature e strumenti utilizzati

Alimentatore tensione fissa $E = 12\text{V}$; Multimetro digitale 4½ digit.

Risoluzione del circuito

- Calcolo della tensione a vuoto E_o tra punti A e B:

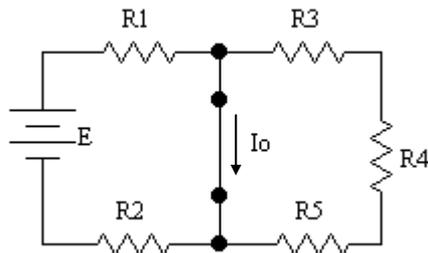


$$E_o = \frac{R_3 + R_4 + R_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5} \cdot E =$$

$$= \frac{3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} \cdot 12 =$$

$$= 7,6V$$

- Calcolo della corrente di corto circuito I_o tra i punti A e B:

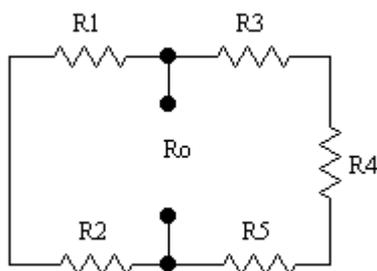


$$I_o = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 2,72 \text{ mA}$$

- Calcolo della resistenza equivalente R_o :

$$R_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{7,6}{2,72 \cdot 10^{-3}} = 2,78 \text{ K}\Omega$$

- Calcolo della resistenza equivalente R_o secondo Thèvenin e Norton:

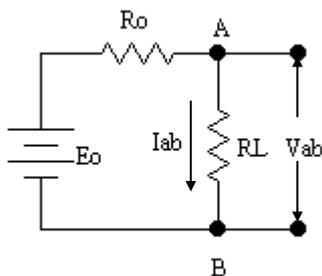


$$R_o = \frac{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5} =$$

$$= \frac{(2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3) \cdot (3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3)}{2,2 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} =$$

$$= 2,78k\Omega$$

- Calcolo della tensione V_{AB} e della corrente I_{AB} dai circuiti equivalenti:

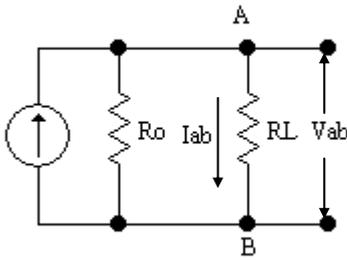


Circuito equivalente secondo Thèvenin

$$I_{AB} = \frac{E_o}{R_o + R_L} = \frac{7,6}{2,78 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 1,016 \text{ mA}$$

$$V_{AB} = R_L \cdot I_{AB} = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 1,016 \cdot 10^{-3} = 4,775 V$$

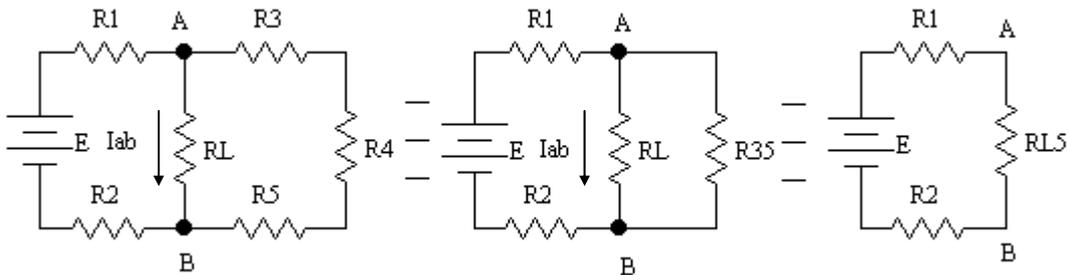
Circuito equivalente secondo Norton



$$I_{AB} = \frac{R_0}{R_0 + R_L} \cdot I_0 = \frac{2,78 \cdot 10^3}{2,78 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} \cdot 2,72 \cdot 10^{-3} = 1,014 \text{ mA}$$

$$V_{AB} = R_L \cdot I_{AB} = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 1,014 \cdot 10^{-3} = 4,76 \text{ V}$$

– Calcolo della tensione V_{AB} e della corrente I_{AB} dal circuito originale:



$$R_{35} = R_3 + R_4 + R_5 = 3,3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3 = 7,6 \text{ K}\Omega$$

$$R_{L5} = \frac{R_L \cdot R_{35}}{R_L + R_{35}} = \frac{4,7 \cdot 10^3 \cdot 7,6 \cdot 10^3}{4,7 \cdot 10^3 + 7,6 \cdot 10^3} = 2,9 \text{ k}\Omega$$

$$V_{AB} = \frac{R_{L5}}{R_1 + R_{L5} + R_2} \cdot E = \frac{2,9 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 2,9 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} \cdot 12 = 4,756 \text{ V}$$

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{R_L} = \frac{4,756}{4,7 \cdot 10^3} = 1,012 \text{ mA}$$

Procedimento di verifica e misura

1. Si misurano i valori delle resistenze.
2. Si monta il circuito e si collega il generatore.
3. Si toglie R_L e si misura la tensione a vuoto E_0 tra i punti A e B.
4. Si cortocircuitano i punti A e B e si misura la corrente di corto circuito I_0 che circola tra A e B.
5. Si calcola il valore della resistenza equivalente R_0 come rapporto tra E_0 e I_0 .
6. Si cortocircuita il generatore E (si toglie il generatore e lo si sostituisce con un filo di collegamento) e si misura la resistenza a vuoto tra i punti A e B, ossia si misura la resistenza equivalente R_0 secondo Thévenin e Norton.
7. Si ricollegano il generatore e la resistenza R_L e si misura la tensione V_{AB} e la corrente I_{AB} di R_L .
8. Si calcolano i valori V_{AB} e I_{AB} utilizzando i valori sperimentali del generatore di tensione equivalente.
9. Si verifica sperimentalmente che V_{AB} e I_{AB} non cambiano se si sostituisce al posto del circuito visto dall'utilizzatore R_L un generatore con forza elettromotrice E_0 con in serie una resistenza

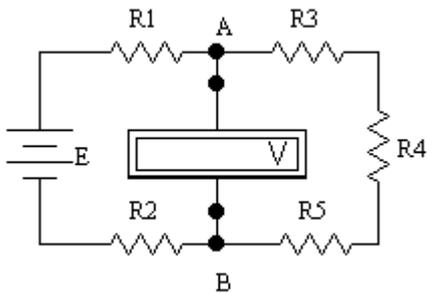
R_o , si calibra l'alimentatore variabile al valore E_o . Si utilizza un trimmer (o un potenziometro) con il piedino centrale collegato ad un piedino laterale e lo si calibra al valore di R_o . Al generatore con in serie il trimmer (o il potenziometro) si collega R_L e si misurano V_{AB} e I_{AB} .
 10. Si tabulano i dati.

Esecuzione delle misure e circuiti di misura

– Valore misurato delle resistenze:

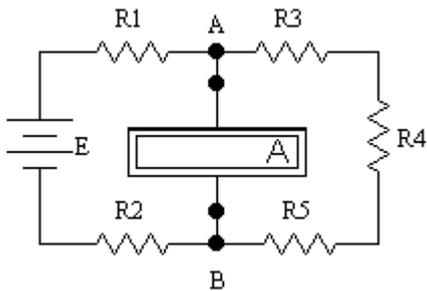
$$R_1 = 2,2k\Omega; \quad R_2 = 2,2k\Omega; \quad R_3 = 3,29k\Omega; \quad R_4 = 0,99k\Omega; \quad R_5 = 3,31k\Omega; \quad R_L = 4,67k\Omega$$

– Misura della tensione a vuoto E_o tra i punti A e B.



Valore misurato $E_o = 7,50V$

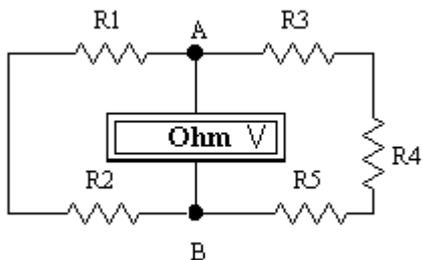
• Misura della corrente di corto circuito tra i punti A e B



Valore misurato $I_o = 2,67mA$

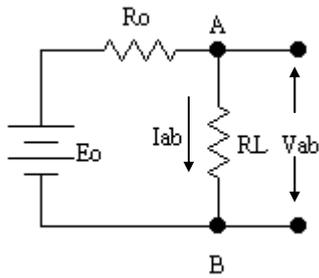
– Calcolo del valore sperimentale di R_o :
$$R_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{7,50}{2,67 \cdot 10^{-3}} = 2,81k\Omega$$

– Misura della resistenza equivalente R_o secondo Thévenin e Norton:



Valore misurato $R_o = 2,80k\Omega$

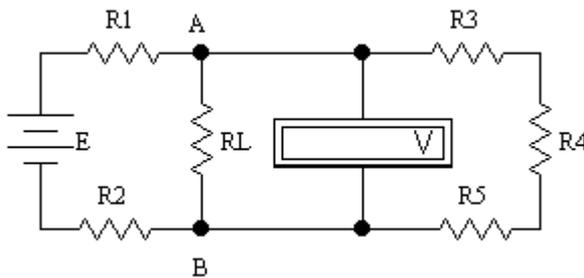
- Calcolo dei valori sperimentali di V_{AB} e I_{AB} dal circuito equivalente di Thévenin:



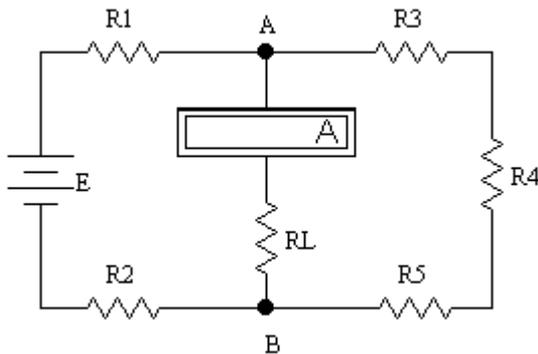
$$I_{AB} = \frac{E_0}{R_0 + R_L} = \frac{7,5}{2,81 \cdot 10^3 + 4,67 \cdot 10^3} = 1 \text{ mA}$$

$$V_{AB} = R_L \cdot I_{AB} = 4,67 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 4,67 \text{ V}$$

- Misura della corrente I_{AB} e della tensione V_{AB} dal circuito originale:

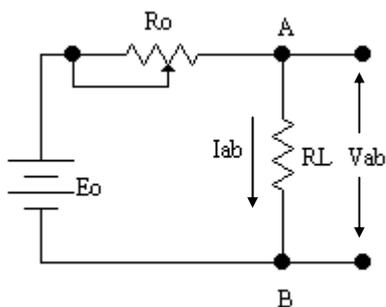


Valore misurato $V_{AB} = 4,69 \text{ V}$



Valore misurato $I_{AB} = 1 \text{ mA}$

- Verifica sostituendo al circuito visto tra i punti A e B il generatore di tensione equivalente. Si regola l'alimentatore variabile a 7,6V e si calibra un potenziometro, con il piedino centrale collegato ad uno dei piedini laterali, a 2,78kΩ (si utilizza un potenziometro da 4,7V). il circuito che si ottiene è quello di figura.



$$E_0 = 7,6 \text{ V} \quad ; \quad R_0 = 2,78 \text{ k}\Omega$$

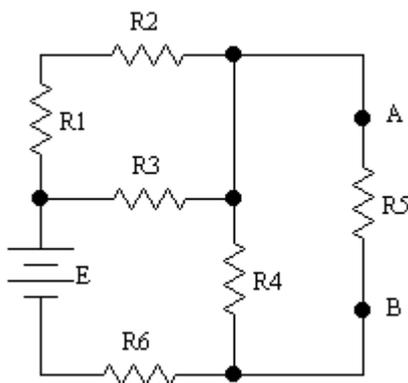
Valori misurati $V_{AB} = 4,67 \text{ V}$; $I_{AB} = 1 \text{ mA}$

Tabella dei valori	kΩ							Circuito				Circ. equiv.			
	Volt							Volt	mA	kΩ		mA	Volt	mA	Volt
	E	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R _L	E _o	I _o	R _o = E _o /I _o	R _o Thèv	I _{AB}	V _{AB}	I _{AB}	V _{AB}
Valori Calc	12	2,2	2,2	3,3	1	3,3	4,7	7,6	2,73	2,78	2,78	1,012	4,756	1,016	4,775
Valori speriment	11,90	2,24	2,20	3,29	0,99	3,31	4,67	7,50	2,67	2,81	2,80	1,00	4,69	1,00	4,67

I valori misurati sono in ottimo accordo con quelli calcolati.

SECONDO CIRCUITO

Schema del circuito



$$E = 12 \quad ; \quad R_1 = R_3 = 2,2 \text{ K}\Omega \quad ;$$

$$R_2 = R_4 = 4,7 \text{ K}\Omega \quad ; \quad R_5 = R_6 = 3,3 \text{ K}\Omega$$

Valori e sigle dei componenti

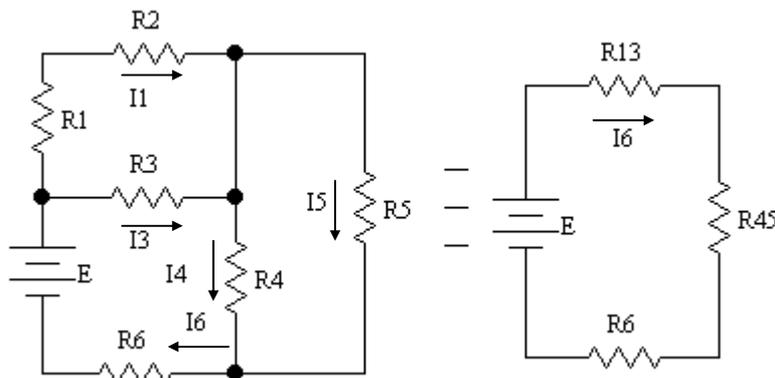
$$R_1 = R_3 = 2,2 \text{ K}\Omega \quad ; \quad R_2 = R_4 = 4,7 \text{ K}\Omega \quad ; \quad R_5 = R_6 = 3,3 \text{ K}\Omega$$

Apparecchiature e strumenti utilizzati

Alimentatore tensione fissa $E = 12\text{V}$; Multimetro digitale 4½ digit.

Risoluzione del circuito

– Calcolo delle correnti e delle differenze di potenziale



$$R_{13} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(2,2 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3) \cdot 2,2 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 1,67 \text{k}\Omega$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{4,7 \cdot 10^3 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{4,7 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 1,94 \text{k}\Omega$$

$$R_{eq} = R_{13} + R_{45} + R_6 = 1,67 \cdot 10^3 + 1,94 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3 = 6,91 \text{k}\Omega$$

$$I_6 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{6,91 \cdot 10^3} = 1,74 \text{mA} \quad ; \quad V_{13} = V_{12} = V_3 = R_{13} \cdot I_6 = 1,67 \cdot 10^3 \cdot 1,74 \cdot 10^{-3} = 2,905 \text{V}$$

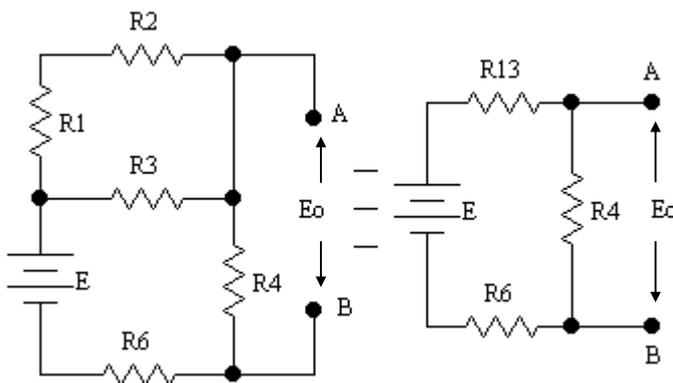
$$V_{45} = V_4 = V_5 = R_{45} \cdot I_6 = 1,94 \cdot 10^3 \cdot 1,74 \cdot 10^{-3} = 3,375 \text{V}$$

$$V_6 = R_6 \cdot I_6 = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 1,74 \cdot 10^{-3} = 5,75 \text{V} \quad ; \quad I_1 = I_2 = \frac{V_{12}}{R_1 + R_2} = \frac{2,905}{2,2 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 0,42 \text{mA}$$

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,42 \cdot 10^{-3} = 0,924 \text{V} \quad ; \quad V_2 = R_2 \cdot I_1 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,42 \cdot 10^{-3} = 1,974 \text{V}$$

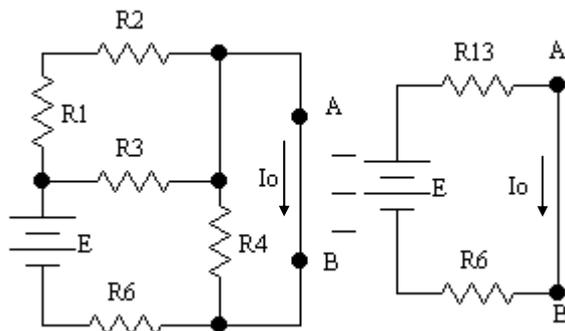
$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{2,905}{2,2 \cdot 10^3} = 1,32 \text{mA} \quad ; \quad I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{3,375}{4,7 \cdot 10^3} = 0,718 \text{mA} \quad ; \quad I_5 = \frac{V_5}{R_5} = \frac{3,375}{3,3 \cdot 10^3} = 1,022 \text{mA}$$

– Calcolo della tensione a vuoto E_o tra punti A e B:



$$\begin{aligned} E_o &= \frac{R_4}{R_{13} + R_4 + R_6} E = \\ &= \frac{4,7 \cdot 10^3}{1,67 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} \cdot 12 = \\ &= 5,832 \text{V} \end{aligned}$$

– Calcolo della corrente di corto circuito I_o tra i punti A e B:

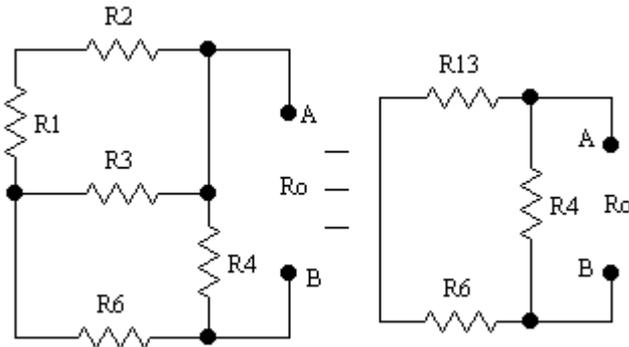


$$I_o = \frac{E}{R_{13} + R_6} = \frac{12}{1,67 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 2,41 \text{mA}$$

- Calcolo della resistenza equivalente R_o :

$$R_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{5,832}{2,41 \cdot 10^{-3}} = 2,42 \text{ k}\Omega$$

- Calcolo della resistenza equivalente R_o , secondo Thèvenin e Norton:



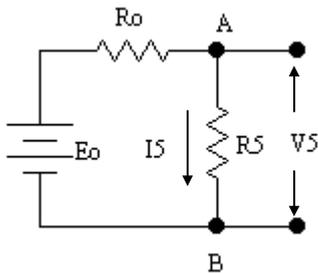
$$R_o = \frac{(R_{13} + R_6)R_4}{R_{13} + R_6 + R_4} E =$$

$$= \frac{(1,67 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^3}{1,67 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} =$$

$$= 2,416 \text{ K}\Omega$$

Al fine di verificare la validità e l'utilità del generatore equivalente ottenuto, si calcolano, utilizzando il circuito equivalente di Thèvenin, la tensione V_5 e la corrente I_5 per alcuni valori di R_5 . Se il generatore equivalente schematizza effettivamente il circuito visto dai capi della resistenza R_5 (tra i punti A e B), allora i valori calcolati da esso per I_5 e V_5 dovranno coincidere con quelli misurati direttamente dal circuito con i valori di R_5 che verranno utilizzati.

- Calcolo di V_5 e I_5 dal circuito equivalente sperimentale di Thèvenin per diversi valori della resistenza R_5 .



$$E_o = 5,832 \text{ V} \quad ; \quad R_o = 2,2,42 \text{ k}\Omega$$

$R_5 = 3,3 \text{ k}\Omega$:

$$I_5 = \frac{E_o}{R_o + R_5} = \frac{5,832}{2,42 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3} = 1,02 \text{ mA} \quad ; \quad V_5 = R_5 \cdot I_5 = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-3} = 3,37 \text{ V}$$

$R_5 = 1,2 \text{ k}\Omega$:

$$I_5 = \frac{E_o}{R_o + R_5} = \frac{5,832}{2,42 \cdot 10^3 + 1,2 \cdot 10^3} = 1,61 \text{ mA} \quad ; \quad V_5 = R_5 \cdot I_5 = 1,2 \cdot 10^3 \cdot 1,61 \cdot 10^{-3} = 1,93 \text{ V}$$

$R_5 = 2,2k\Omega$:

$$I_5 = \frac{E_o}{R_o + R_5} = \frac{5,832}{2,42 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3} = 1,26 \text{ mA} \quad ; \quad V_5 = R_5 \cdot I_5 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 1,26 \cdot 10^{-3} = 2,78 \text{ V}$$

$R_5 = 4,7k\Omega$:

$$I_5 = \frac{E_o}{R_o + R_5} = \frac{5,832}{2,42 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3} = 0,82 \text{ mA} \quad ; \quad V_5 = R_5 \cdot I_5 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,82 \cdot 10^{-3} = 3,85 \text{ V}$$

$R_5 = 5,6k\Omega$:

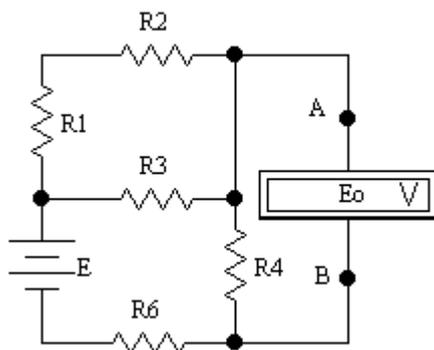
$$I_5 = \frac{E_o}{R_o + R_5} = \frac{5,832}{2,42 \cdot 10^3 + 5,6 \cdot 10^3} = 0,73 \text{ mA} \quad ; \quad V_5 = R_5 \cdot I_5 = 5,6 \cdot 10^3 \cdot 0,73 \cdot 10^{-3} = 4,07 \text{ V}$$

Procedimento di verifica e misura

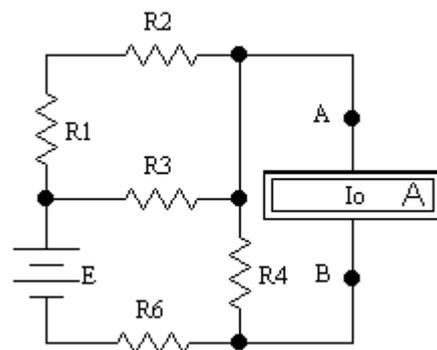
1. Si montano le resistenze sulla piastra di bread-board senza collegare il generatore.
2. Si misura la resistenza R_{eq} vista tra i punti ai quali sarà collegato il generatore.
3. Si collega l'alimentatore regolato a 12V e si misurano le differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza.
4. Si calcolano le correnti utilizzando i valori misurati delle differenze di potenziale, applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \quad ; \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} \quad ; \quad I_3 = \frac{V_3}{R_3} \quad ; \quad I_4 = \frac{V_4}{R_4} \quad ; \quad I_5 = \frac{V_5}{R_5} \quad ; \quad I_6 = \frac{V_6}{R_6}$$

5. Si tabulano i dati.
6. Si toglie la resistenza R_5 e si misura la differenza di potenziale a vuoto E_o e la corrente di corto circuito I_o tra i punti A e B.

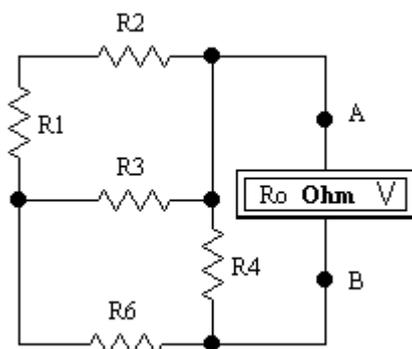


Circuito di misura di E_o



Circuito di misura di I_o

7. Si scollega il generatore e si cortocircuitano i punti a cui era collegato (si sostituisce il generatore con un filo di collegamento).
8. Si misura la resistenza tra i punti A e B a vuoto.



Circuito di misura di R_0

9. Si calcola R_0 come rapporto tra E_0 e I_0 :
10. Si tabulano i dati.
11. Si ricollega l'alimentatore e si inserisce una resistenza R_5 di 1,2 K Ω .
12. Si misura la differenza di potenziale ai capi di R_5 e si calcola I_5 ($I_5 = V_5/R_5$).
13. Si ripete il punto 12. utilizzando per R_5 i valori 2,2 K Ω ; 4,7 K Ω ; 5,6 K Ω .
14. Si tabulano i dati.

Tabulazione di dati

	k Ω	Volt							mA					
	R_{eq}	E	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Valori speriment	6,87	12	0,951	1,986	2,939	3,380	3,380	5,729	0,432	0,422	1,336	0,719	1,024	1,736
Valori calcol	6,91	12	0,924	1,974	2,905	3,375	3,375	5,74	0,42	0,42	1,32	0,718	1,022	1,74

	Volt	mA	k Ω	
	E_0	I_0	$R_0 = E_0 / I_0$	R_0
Valori sperimentali	5,852	2,432	2,406	2,400
Valori calcolati	5,832	2,41	2,42	2,416

k Ω	Valori sperimentali			Valori calcolati	
	Volt		mA	Volt	mA
R_5	E	V_5	$I_5 = V_5/R_5$	V_5	I_5
1,2	12	1,92	1,6	1,93	1,61
2,2	12	2,77	1,259	2,78	1,26
3,3	12	3,380	1,024	3,37	1,02
4,7	12	3,86	0,821	3,85	0,82
5,6	12	4,07	0,727	4,07	0,73

I valori misurati sono in ottimo accordo con quelli calcolati.