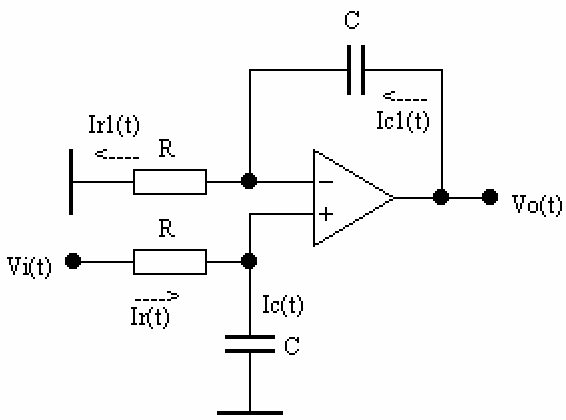
Integratore non invertente

Per realizzare un integratore non invertente si può utilizzare il seguente circuito:



Per lo studio del circuito si tiene conto dell'equipotenzialità degli ingressi, $\mathbf{V_+ = V_-}$, e che gli ingressi non assorbono corrente, $\mathbf{I_R = I_C}$ e $\mathbf{I_{R1} = I_{C1}}$.

$$\mathbf{I_{R1} = I_{C1} = C\frac{dV_{C1}}{dt} = C\frac{d(V_o - V_-)}{dt} = C\frac{dV_o}{dt} - C\frac{dV_-}{dt} = C\frac{dV_o}{dt} - C\frac{dV_+}{dt}},$$

dove $\mathbf{V_-}$ è la tensione ai capi della resistenza R collegata tra l'ingresso invertente dell'amplificatore operazionale e massa. Applicando la legge di Ohm ai suoi capi e utilizzando la relazione precedente, si ha:

$$\mathbf{V_- = RI_{R1} = RC\frac{dV_C}{dt} - RC\frac{dV_-}{dt} = RC\frac{dV_C}{dt} - RC\frac{dV_+}{dt}}.$$

$\mathbf{V_+}$ è la tensione ai capi della capacita collegata tra il morsetto non invertente dell'amplificatore operazionale e massa. Poiché gli ingressi non assorbono corrente la capacità risulta essere in serie alla resistenza R collegata tra l'ingresso non invertente dell'amplificatore operazionale e la tensione d'ingresso $\mathbf{V_i}$; pertanto, la tensione $\mathbf{V_+}$ può essere calcolata come la tensione applicata all'intera serie meno la tensione ai capi di tale resistenza:

$$\begin{cases} \mathbf{I_R = I_C = C\frac{dV_+}{dt}} \\ \\ \mathbf{V_+ = V_i - RI_R} \end{cases} \Rightarrow \quad \mathbf{V_+ = V_i - RC\frac{dV_+}{dt}}$$

Poiché $\mathbf{V_+ = V_-}$, uguagliando le espressioni ottenute per $\mathbf{V_-}$ e $\mathbf{V_+}$, si ha:

$$RC\frac{dV_o}{dt} - RC\frac{dV_-}{dt} = V_i - RC\frac{dV_+}{dt} \quad \Rightarrow \quad V_i = RC\frac{dV_o}{dt}$$

Esplicitando rispetto a dV_o ed integrando membro a membro tra $V_o(t)$ e $V_o(0)$ e tra 0 e t, si ha:

$$dV_o = \frac{1}{RC}V_i dt \quad \Rightarrow \quad \int_{V_o(0)}^{V_o(t)} dV_o = \frac{1}{RC}\int_0^t V_i dt \quad \Rightarrow \quad V_o(t) - V_o(0) = \frac{1}{RC}\int_0^t V_i dt \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V_o(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t V_i dt + V_o(0)$$

Il segnale d'uscita è proporzionale all'integrale del segnale d'ingresso e, rispetto alla funzione d'uscita dell'integratore invertente, manca il segno meno davanti al termine con l'integrale, ossia è un integratore non invertente.
Se al tempo $t = 0$ le capacità sono scariche, per cui $V_+(0) = V_-(0) = V_o(0) = 0$, e la funzione di uscita risulterà:

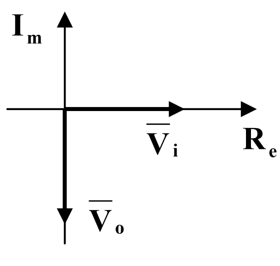
$$V_o(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t V_i dt$$

Se mettiamo in ingresso un segnale sinusoidale possiamo ricavare la funzione di uscita in notazione simbolica. Essendo l'amplificatore operazionale in configurazione non invertente, si ha:

$$\overline{V}_o = \left(1 + \frac{-jX_C}{R}\right)\frac{-jX_C}{R - jX_C}\cdot\overline{V}_i = \frac{R - jX_C}{R}\cdot\frac{-jX_C}{R - jX_C}\cdot\overline{V}_i = \frac{-jX_C}{R}\cdot\overline{V}_i = -j\frac{1}{\omega RC}\cdot\overline{V}_i$$

La funzione di trasferimento $G(j\omega)$ è:

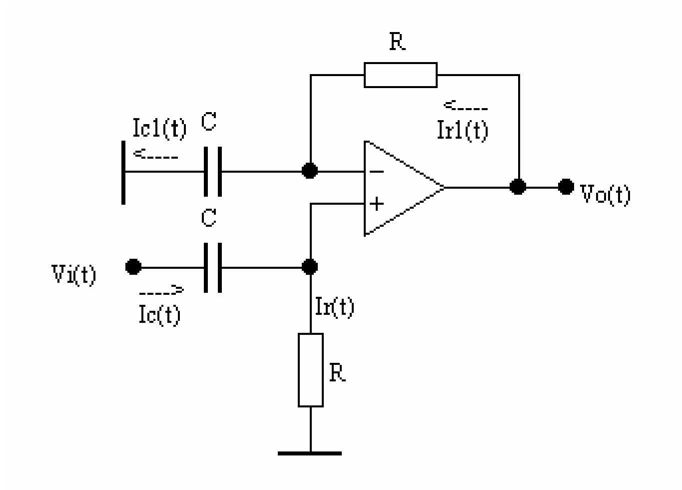
$$G(j\omega) = \frac{\overline{V}_o}{\overline{V}_i} = -j\frac{1}{\omega RC} \left\langle \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \dfrac{1}{\omega RC} \\ \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \end{array} \right.$$



In conclusione, la tensione d'uscita V_o è in ritardo di 90° su V_i e la sua ampiezza aumenta con il diminuire della frequenza, pertanto l'integratore non invertente presenta instabilità alle basse frequenze.

Derivatore non invertente

Per realizzare un derivatore non invertente si può utilizzare lo schema seguente:



Per lo studio del circuito si tiene conto dell'equipotenzialità degli ingressi, $\mathbf{V_+ = V_-}$, e che gli ingressi non assorbono corrente, $\mathbf{I_R = I_C}$ e $\mathbf{I_{R1} = I_{C1}}$.
Applicando la legge di Ohm, si ha:

$$\mathbf{I_{R1} = I_{C1} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_o}{R} - \frac{V_-}{R} = C\frac{dV_-}{dt} \quad \Rightarrow \quad V_o = V_- + RC\frac{dV_-}{dt}}$$

$$\mathbf{I_R = I_C \quad \Rightarrow \quad \frac{V_+}{R} = C\frac{d(V_i - V_+)}{dt} = C\frac{dV_i}{dt} - C\frac{dV_+}{dt} \quad \Rightarrow \quad RC\frac{dV_i}{dt} = V_+ + RC\frac{dV_+}{dt}}$$

Per l'equipotenzialità degli ingressi, $\mathbf{V_+ = V_-}$, e uguagliando le due equazioni ottenute, si ha:

$$\mathbf{V_o = V_- + RC\frac{dV_-}{dt} = V_+ + RC\frac{dV_+}{dt} = RC\frac{dV_i}{dt} \quad \Rightarrow \quad V_o = RC\frac{dV_i}{dt}}$$

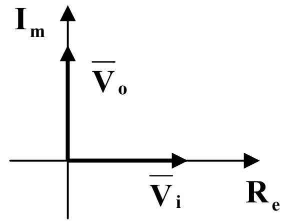
Il segnale d'uscita risulta proporzionale alla derivata del segnale d'ingresso, inoltre manca il segno meno presente nella funzione d'uscita del derivatore invertente.

Utilizzando come segnale di ingresso un segnale sinusoidale, si calcola la funzione di uscita in notazione simbolica. Essendo l'amplificatore operazionale in configurazione non invertente, si ha:

$$\mathbf{\overline{V}_o = \left(1 + \frac{R}{-jX_C}\right)\frac{R}{R - jX_C} \cdot \overline{V}_i = \frac{R - jX_C}{-jX_C} \cdot \frac{R}{R - jX_C} \cdot \overline{V}_i = \frac{R}{-jX_C} \cdot \overline{V}_i = j\omega RC \cdot \overline{V}_i}$$

La funzione di trasferimento $\mathbf{G(j\omega)}$ è:

$$G(j\omega)=\frac{\overline{V}_o}{\overline{V}_i}=j\omega\omega R \quad \begin{cases} |G(j\omega)|=\omega RC \\ \varphi=\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$



In conclusione, la tensione d'uscita $\mathbf{V_o}$ è in anticipo di 90° su $\mathbf{V_i}$ e la sua ampiezza aumenta con l'aumentare della frequenza, pertanto il derivatore non invertente presenta instabilità alle alte frequenze.