

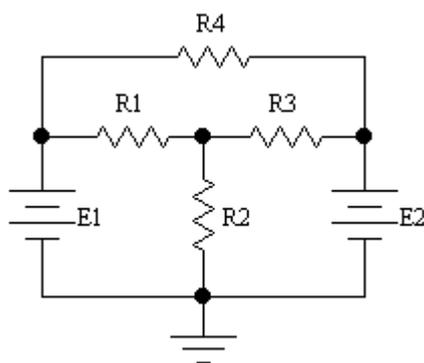
## VERIFICA DI UN CIRCUITO RESISTIVO CONTENENTE PIÙ GENERATORI CON UN TERMINALE COMUNE E SENZA TERMINALE COMUNE.

Si verificano quattro circuiti con due generatori:

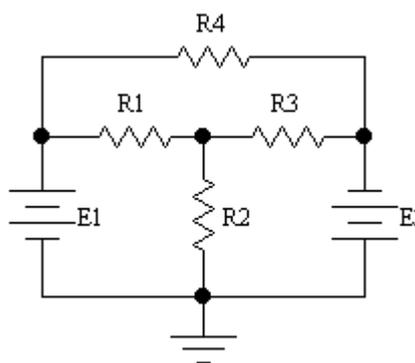
- generatori con polarità concorde e un terminale comune
- generatori con polarità discordi e un terminale comune
- generatori con polarità concorde e senza alcun terminale comune
- generatori con polarità discordi e senza alcun terminale comune

### CIRCUITI CON GENERATORI CON UN TERMINALE COMUNE

#### Schema dei circuiti



Generatori concordi



Generatori discordi

#### Valori dei componenti

$$E_1 = 5V \quad ; \quad E_2 = 8V \quad ; \quad R_1 = R_4 = 2,2k\Omega \quad ; \quad R_2 = R_3 = 4,7k\Omega$$

#### Apparecchiature e strumenti

Basetta sperimentale (bread-board); multimetro digitale 4½ digit: due alimentatori stabilizzati a tensione variabile.

#### NOTE

1. Qualunque sia il circuito da realizzare con più generatori, i generatori devono avere un morsetto comune, tranne se quelli utilizzati sono tra loro indipendenti.
2. I generatori che possono essere usati sono solo di tensione, non disponendo, in genere, di generatori di corrente.
3. Il valore delle forze elettromotrici deve essere tale che la corrente nel ramo con generatori deve avere verso tale da essere erogata dal generatore. Un generatore di tensione reale o un alimentatore può solo erogare corrente, in nessun caso assorbirla. Nel caso che la corrente in tali rami dovesse avere verso opposto a quella che il generatore eroga, nel ramo non potrà circolare corrente e i valori misurati differiranno, anche notevolmente, da quelli calcolati.

## Calcolo dei valori teorici

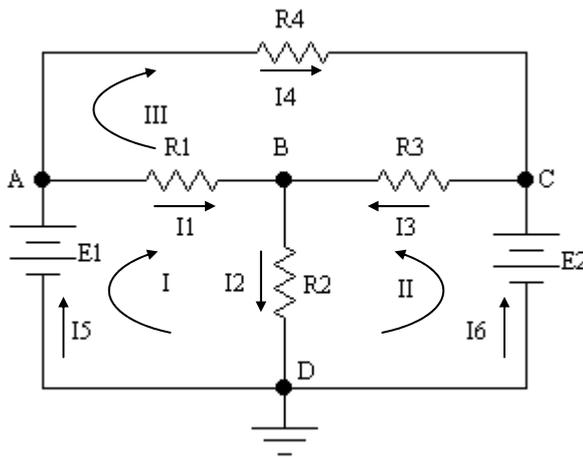
Il primo circuito verrà risolto applicando, in successione, i tre metodi; gli altri utilizzandone uno solo.

## Circuito con generatori con polarità concordi

### Risoluzione con i Principi di Kirchhoff

Si seguono i seguenti passi:

1. si attribuiscono arbitrariamente i versi delle correnti e i versi di percorrenza delle maglie;
2. si determina il numero dei nodi indipendenti e delle maglie indipendenti;
3. si scrivono le equazioni ai nodi indipendenti applicando il primo principio di Kirchhoff e le equazioni alle maglie indipendenti applicando il secondo principio di Kirchhoff;
4. si risolve il sistema di equazioni ottenuto e si calcolano le correnti;
5. applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza si determinano le cadute di tensione.



Numero dei nodi  $n = 4$

Nodi indipendenti  $n - 1 = 4 - 1 = 3$

Numero dei rami  $r = 6$

Numero delle maglie indipendenti

$m = r - (n - 1) = 6 - 3 = 3$

$$\begin{array}{l}
 \text{A} \\
 \text{B} \\
 \text{C} \\
 \text{I} \\
 \text{II} \\
 \text{III}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 I_5 = I_1 + I_4 \\
 I_1 + I_3 = I_2 \\
 I_6 + I_4 = I_3 \\
 E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \\
 E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 \\
 0 = -R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4
 \end{array} \right.
 \Rightarrow
 \left\{ \begin{array}{l}
 I_5 = I_1 + I_4 \\
 I_1 = I_2 - I_3 \\
 I_6 = I_3 - I_4 \\
 R_1 I_2 - R_1 I_3 + R_2 I_2 = E_1 \\
 R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 \\
 -R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = 0
 \end{array} \right.
 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow
 \left\{ \begin{array}{l}
 -2,2 \cdot 10^3 I_1 + 4,7 \cdot 10^3 I_3 + 2,2 \cdot 10^3 I_4 = 0 \\
 (R_1 + R_2) \cdot I_2 - R_1 I_3 = E_1 \\
 R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2
 \end{array} \right.
 \Rightarrow
 \left\{ \begin{array}{l}
 -2,2 I_1 + 4,7 I_3 + 2,2 I_4 = 0 \\
 6,9 \cdot 10^3 I_2 - 2,2 \cdot 10^3 I_3 = 5 \\
 4,7 \cdot 10^3 I_2 + 4,7 \cdot 10^3 I_3 = 8
 \end{array} \right.
 \Rightarrow$$

Alla seconda equazione, moltiplicata per 4,7, si somma la terza moltiplicata per 2,2.

$$\begin{cases} 32,43 \cdot 10^3 I_2 - 10,34 \cdot 10^3 I_3 = 23,5 \\ 10,34 \cdot 10^3 I_2 + 10,34 \cdot 10^3 I_3 = 17,6 \end{cases}$$

$$42,77 \cdot 10^3 I_2 = 41,1 \Rightarrow I_2 = \frac{41,1}{42,77 \cdot 10^3} = 0,961 \text{mA}$$

Sostituendo il valore trovato a  $I_2$  nella terza equazione si calcola  $I_3$ :

$$4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,961 \cdot 10^{-3} + 4,7 \cdot 10^3 I_3 = 8 \Rightarrow I_3 = \frac{8 - 4,517}{4,7 \cdot 10^3} = 0,741 \text{mA}$$

$$I_1 = I_2 - I_3 = 0,961 \cdot 10^{-3} - 0,741 \cdot 10^{-3} = 0,22 \text{mA}$$

$$I_4 = I_1 - \frac{4,7}{2,2} \cdot I_3 = 0,22 \cdot 10^{-3} - \frac{4,7}{2,2} \cdot 0,741 \cdot 10^{-3} = -1,363 \text{mA}$$

$$I_5 = I_1 + I_4 = 0,22 \cdot 10^{-3} - 1,363 \cdot 10^{-3} = -1,143 \text{mA}$$

$$I_6 = I_3 - I_4 = 0,741 \cdot 10^{-3} - (-1,363 \cdot 10^{-3}) = 2,104 \text{mA}$$

I versi delle correnti  $I_4$  e  $I_5$ , essendo risultate di valore negativo, sono opposti a quelli scelti.

$$V_1 = R_1 I_1 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,22 \cdot 10^{-3} = 0,484 \text{V} \quad ; \quad V_2 = R_2 I_2 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,961 \cdot 10^{-3} = 4,52 \text{V}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,741 \cdot 10^{-3} = 3,48 \text{V} \quad ; \quad V_4 = R_4 I_4 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 1,363 \cdot 10^{-3} \cong 3 \text{V}$$

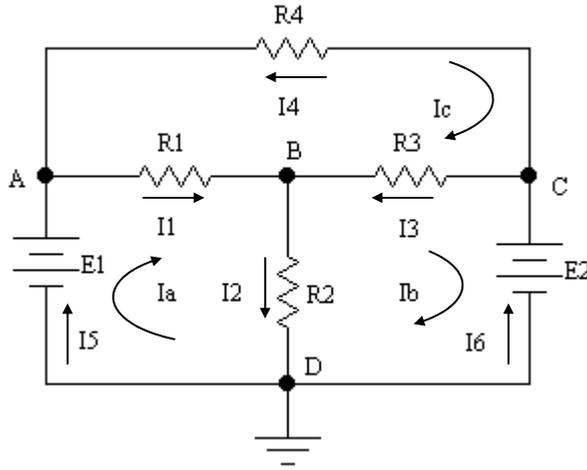
**Riassumendo:**  $I_1 = 0,22 \text{mA}$  ;  $I_2 = 0,961 \text{mA}$  ;  $I_3 = 0,741 \text{mA}$  ;  $I_4 = 1,363 \text{mA}$  ;  $I_5 = 1,143 \text{mA}$  ;

$$I_6 = 2,104 \text{mA} \quad ; \quad V_1 = 0,484 \text{V} \quad ; \quad V_2 = 4,52 \text{V} \quad ; \quad V_3 = 3,48 \text{V} \quad ; \quad V_4 = 3 \text{V}$$

### Risoluzione con il metodo delle correnti cicliche di maglia

Si seguono i seguenti passi:

1. si attribuiscono arbitrariamente i versi delle correnti e si attribuisce a ciascuna maglia adiacente una corrente ciclica fittizia in senso orario:  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;
2. si esplicitano le correnti che producono cadute di tensione (che attraversano le resistenze) come somma algebrica delle correnti cicliche  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;
3. si scrivono le equazioni alle maglie in funzione di  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;
4. si risolve il sistema di equazioni ottenuto e si calcolano le correnti fittizie  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;
5. si calcolano le correnti;
6. applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza si determinano le cadute di tensione.



$$I_1 = I_a - I_c$$

$$I_2 = I_a - I_b$$

$$I_3 = I_c - I_b$$

$$I_4 = -I_c$$

$$\begin{cases} \text{maglia a} & E_1 = R_1(I_a - I_c) + R_2(I_a - I_b) \\ \text{maglia b} & -E_2 = R_2(I_b - I_a) + R_3(I_b - I_c) \\ \text{maglia a} & 0 = R_1(I_c - I_a) + R_3(I_c - I_b) + R_4 I_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 I_a - R_1 I_c + R_2 I_a - R_2 I_b = E_1 \\ R_2 I_b - R_2 I_a + R_3 I_b + R_3 I_c = -E_2 \\ R_1 I_c - R_1 I_a + R_3 I_c - R_3 I_b + R_4 I_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2) I_a - R_2 I_b - R_1 I_c = E_1 \\ -R_2 I_a + (R_2 + R_3) I_b - R_3 I_c = -E_2 \\ R_1 I_a - R_3 I_b + (R_1 + R_3 + R_4) I_c = 0 \end{cases}$$

$$R_4 I_c = E_1 - E_2 \Rightarrow$$

Alla prima si addiziona la somma delle altre due e si calcola  $I_c$ :

$$I_c = \frac{E_1 - E_2}{R_4} = \frac{5 - 8}{2,2 \cdot 10^3} = -1,363 \text{mA}$$

Si sostituiscono i valori noti nelle prime due equazioni e si risolve..

$$\begin{cases} 6,9 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b - 2,2 \cdot 10^3 \cdot (-1,363 \cdot 10^{-3}) = 5 \Rightarrow 6,9 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b = 2 \\ -4,7 \cdot 10^3 I_a + 9,4 \cdot 10^3 I_b + 4,7 \cdot 10^3 \cdot (-1,363 \cdot 10^{-3}) = -8 \Rightarrow -4,7 \cdot 10^3 I_a + 9,4 \cdot 10^3 I_b = -14,406 \end{cases}$$

Alla seconda si somma la prima moltiplicata per 2.

$$\begin{cases} 13,8 \cdot 10^3 I_a - 9,4 \cdot 10^3 I_b = 4 \\ -4,7 \cdot 10^3 I_a + 9,4 \cdot 10^3 I_b = -14,406 \end{cases}$$

$$9,1 \cdot 10^3 I_a = -10,406 \Rightarrow I_a = \frac{-10,406}{9,1 \cdot 10^3} = -1,143 \text{mA}$$

$$I_b = \frac{6,9 \cdot 10^3 I_a - 2}{4,7 \cdot 10^3} = \frac{6,9 \cdot 10^3 \cdot (-1,143 \cdot 10^{-3}) - 2}{4,7 \cdot 10^3} = -2,104 \text{mA}$$

$$I_1 = I_a - I_c = -1,143 \cdot 10^{-3} - (-1,363 \cdot 10^{-3}) = 0,22 \text{mA}$$

$$I_2 = I_a - I_b = -1,143 \cdot 10^{-3} - (-2,104 \cdot 10^{-3}) = 0,961 \text{mA}$$

$$I_3 = I_c - I_b = -1,363 \cdot 10^{-3} - (-2,104 \cdot 10^{-3}) = 0,741 \text{mA}$$

$$I_4 = -I_c = 1,363 \text{mA}$$

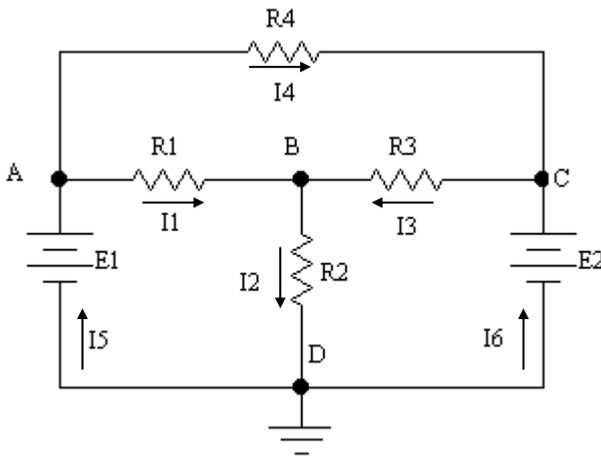
$$I_5 = I_4 - I_1 = 1,363 \cdot 10^{-3} - 0,22 \cdot 10^{-3} = 1,143 \text{mA}$$

$$I_6 = I_3 + I_4 = 0,741 \cdot 10^{-3} + 1,363 \cdot 10^{-3} = 2,104 \text{mA}$$

### Risoluzione con il metodo del potenziale ai nodi

Si seguono i seguenti passi:

1. si assume come riferimento il nodo D;
2. le tensioni incognite sono:  $V_{AD}$ ,  $V_{CD}$ ,  $V_{BD}$ ;
3. si attribuiscono alle correnti i versi indicati in figura;
4. si scrivono le equazioni delle correnti;
5. si impostano le equazioni ai nodi;
6. si calcolano le correnti;



$$V_{AD} = V_A = E_1 = 5V$$

$$V_{CD} = V_C = E_2 = 8V$$

$$V_{BD} = V_B = V_2$$

Si scrivono le equazioni delle correnti;

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{E_1 - V_B}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_C - V_B}{R_3} = \frac{E_2 - V_B}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{V_A - V_C}{R_4} = \frac{E_1 - E_2}{R_4} = \frac{5 - 8}{2,2 \cdot 10^3} = -1,363 \text{mA}$$

Si impostano le due equazioni ai nodi:

nodo A :  $I_5 = I_1 + I_4$

nodo B :  $I_1 + I_3 = I_2$

nodo B :  $I_6 + I_4 = I_3$

Sostituendo nella seconda le espressioni delle correnti in funzione delle tensioni ai nodi, si calcola  $V_B$ , unica tensione incognita:

$$\frac{E_1 - V_B}{R_1} + \frac{E_2 - V_B}{R_3} = \frac{V_B}{R_2} \Rightarrow \frac{5 - V_B}{2,2 \cdot 10^3} + \frac{8 - V_B}{4,7 \cdot 10^3} = \frac{V_B}{4,7 \cdot 10^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 23,5 - 4,7V_B + 17,6 - 2,2V_B - 2,2V_B = 0 \Rightarrow 9,1V_B = 41,1 \Rightarrow V_B = V_{BC} = V_2 = 4,516V$$

Si calcolano le correnti.

$$I_1 = \frac{E_1 - V_B}{R_1} = \frac{5 - 4,516}{2,2 \cdot 10^3} = 0,22mA$$

$$I_2 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{4,516}{4,7 \cdot 10^3} = 0,961mA$$

$$I_3 = \frac{E_2 - V_B}{R_3} = \frac{8 - 4,516}{4,7 \cdot 10^3} = 0,741mA$$

$$I_5 = I_4 - I_1 = 1,363 \cdot 10^{-3} - 0,22 \cdot 10^{-3} = 1,143mA$$

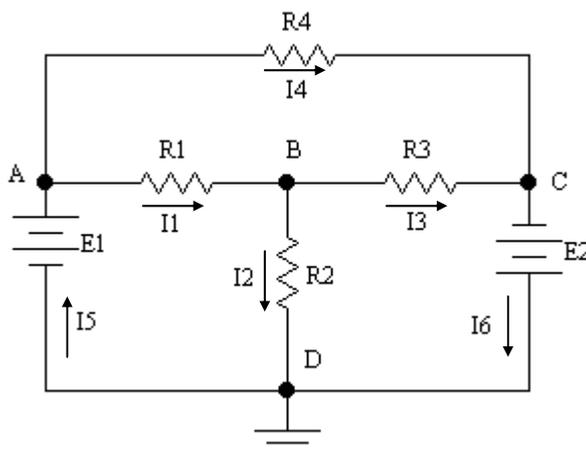
$$I_4 = -1,363mA$$

$$I_6 = I_3 + I_4 = 0,741 \cdot 10^{-3} + 1,363 \cdot 10^{-3} = 2,104mA$$

Il verso effettivo di  $I_4$  è opposto a quello scelto.

### Circuito con generatori con polarità discordi

#### Risoluzione con il metodo del potenziale ai nodi



$$E_1 = 5V \quad ; \quad E_2 = 8V$$

$$R_1 = R_4 = 2,2k\Omega$$

$$R_2 = R_3 = 4,7k\Omega$$

Si assume come riferimento il nodo D. Le tensioni incognite sono:  $V_{AD}$ ,  $V_{CD}$ ,  $V_{BD}$ :

$$V_{AD} = V_A = E_1 = 5V \quad ; \quad V_{CD} = V_C = -E_2 = -8V \quad ; \quad V_{BD} = V_B = V_2$$

Si attribuiscono alle correnti i versi indicati in figura e si scrivono le equazioni delle correnti:

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{E_1 - V_B}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_C - V_B}{R_3} = \frac{E_2 + V_B}{R_3} \qquad I_4 = \frac{V_A - V_C}{R_4} = \frac{E_1 + E_2}{R_4} = \frac{5 + 8}{2,2 \cdot 10^3} = 5,91 \text{mA}$$

Si impostano le due equazioni ai nodi:

nodo A :  $I_5 = I_1 + I_4$

nodo B :  $I_1 = I_2 + I_3$

nodo C :  $I_6 = I_3 + I_4$

Sostituendo nella seconda le espressioni delle correnti in funzione delle tensioni ai nodi, si calcola  $V_B$ , unica tensione incognita:

$$\frac{E_1 - V_B}{R_1} = \frac{V_B}{R_2} + \frac{V_B + E_2}{R_3} \Rightarrow \frac{5 - V_B}{2,2 \cdot 10^3} = \frac{V_B}{4,7 \cdot 10^3} + \frac{V_B + 8}{4,7 \cdot 10^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 23,5 - 4,7V_B = 4,4V_B + 17,6 \Rightarrow 9,1V_B = 5,9 \Rightarrow V_B = V_{BC} = V_2 = \frac{5,9}{9,1} = 0,648 \text{V}$$

Si calcolano le correnti.

$$I_1 = \frac{E_1 - V_B}{R_1} = \frac{5 - 0,648}{2,2 \cdot 10^3} = 1,978 \text{mA} \qquad I_2 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{0,648}{4,7 \cdot 10^3} = 0,138 \text{mA}$$

$$I_3 = \frac{V_B + E_2}{R_3} = \frac{0,648 + 8}{4,7 \cdot 10^3} = 1,84 \text{mA} \qquad I_5 = I_1 + I_4 = 1,978 \cdot 10^{-3} + 5,91 \cdot 10^{-3} = 7,889 \text{mA}$$

$$I_4 = 5,91 \text{mA} \qquad I_6 = I_3 + I_4 = 1,84 \cdot 10^{-3} + 5,91 \cdot 10^{-3} = 7,75 \text{mA}$$

$$V_1 = R_1 I_1 = E_1 - V_B = 5 - 0,648 = 4,352 \text{V} \quad ; \quad V_2 = R_2 I_2 = V_B = 0,648$$

$$V_3 = R_3 I_3 = V_B + E_2 = 0,648 + 8 = 8,648 \text{V} \quad ; \quad V_4 = R_4 I_4 = E_1 + E_2 = 5 + 8 = 13 \text{V}$$

### Formule utilizzate nell'elaborazione dei valori misurati e loro commento

- Legge di Ohm applicata ai capi di ogni resistenza per calcolare le differenze di potenziale.
- Il primo principio di Kirchhoff ai nodi A e C per determinare le correnti  $I_5$  e  $I_6$ .

## Procedimento per la verifica

1. Si misurano le resistenze;
2. Si regolano gli alimentatori variabili uno a 5V e l'altro a 8V, utilizzando il multimetro, molto più preciso del display dell'alimentatore ad una sola cifra decimale;
3. Si monta il circuito sulla basetta di bread-board e si collegano gli alimentatori;
4. Si misurano le differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza, inserendo il puntale rosso nel punto da cui la corrente entra e il nero in quello da cui esce; se la tensione misurata è positiva, il verso della corrente è quello previsto; se risulta negativa il verso della corrente è opposto a quello previsto;
5. Si calcolano, utilizzando i valori di tensione misurati,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$ , applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza; e  $I_5$  e  $I_6$ , applicando il primo principio di Kirchhoff ai nodi A e C;
6. Si tabulano i risultati sperimentali e quelli teorici per una migliore e più immediata interpretazione dei dati.

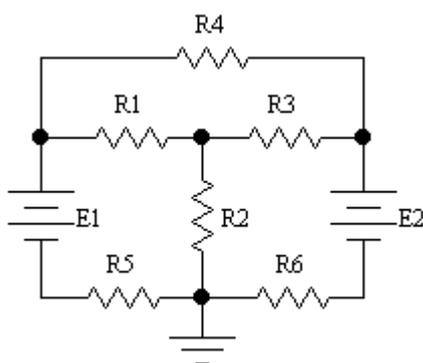
## Tabulazione dei dati

Circuito con generatori con polarità concorde																
	k $\Omega$				Volt						mA					
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$E_1$	$E_2$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
Valori calcolati	2,2	4,7	4,7	2,2	5	8	0,484	4,52	3,48	3	0,22	0,961	0,741	1,363	1,143	2,104
Valori sperimentali	2,23	4,63	4,69	2,21	5	8	0,49	4,51	3,49	3	0,22	0,974	0,744	1,363	1,143	2,107

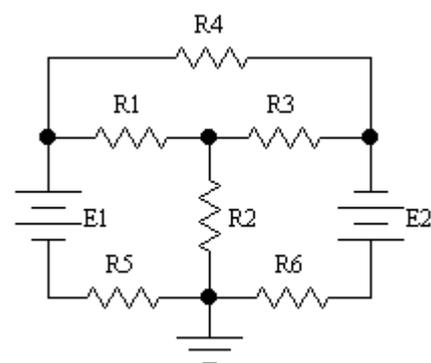
Circuito con generatori con polarità concorde																
	k $\Omega$				Volt						mA					
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$E_1$	$E_2$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
Valori calcolati	2,2	4,70	4,7	2,2	5	8	4,352	0,648	8,648	13	1,978	0,138	1,84	5,91	7,89	7,75
Valori sperimentali	2,23	4,63	4,69	2,21	5	8	4,377	0,629	8,65	13	1,999	0,136	1,864	5,856	7,855	7,72

## CIRCUITI CON GENERATORI SENZA TERMINALE COMUNE

### Schema dei circuiti



Generatori concordi



Generatori discordi

## Valori dei componenti

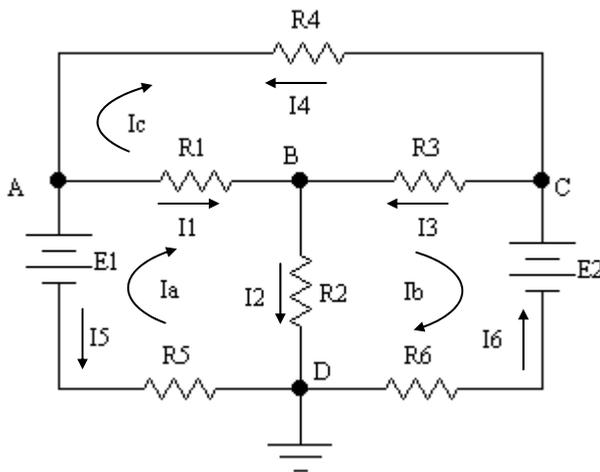
$$E_1 = 5V \quad ; \quad E_2 = 8V \quad ; \quad R_1 = R_4 = R_6 = 2,2k\Omega \quad ; \quad R_2 = R_3 = R_5 = 4,7k\Omega$$

## Apparecchiature e strumenti

Basetta sperimentale (bread-board); multimetro digitale 4½ digit: due alimentatori stabilizzati a tensione variabile.

## Circuito con generatori con polarità concordi

## Risoluzione con il metodo delle correnti cicliche di maglia



Numero dei nodi  $n = 4$

Nodi indipendenti  $n - 1 = 4 - 1 = 3$

Numero dei rami  $r = 6$

Numero delle maglie indipendenti

$$m = r - (n - 1) = 6 - 3 = 3$$

Si attribuiscono arbitrariamente i versi delle correnti, come in figura, e si attribuisce a ciascuna maglia adiacente una corrente ciclica fittizia in senso orario:  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ .

Si esplicitano le correnti che producono cadute di tensione (che attraversano le resistenze) come somma algebrica delle correnti cicliche  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ .

$$I_1 = I_a - I_c \quad ; \quad I_2 = I_a - I_b \quad ; \quad I_3 = I_c - I_b \quad ; \quad I_4 = -I_c \quad ; \quad I_5 = -I_a \quad ; \quad I_6 = -I_b$$

Si scrivono le equazioni alle maglie in funzione di  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ . Si risolve il sistema di equazioni ottenuto e si calcolano le correnti fittizie  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;

$$\begin{cases} \text{maglia a} & E_1 = R_1(I_a - I_c) + R_2(I_a - I_b) + R_5 I_a \\ \text{maglia b} & -E_2 = R_2(I_b - I_a) + R_3(I_b - I_c) + R_6 I_b \\ \text{maglia c} & 0 = R_1(I_c - I_a) + R_3(I_c - I_b) + R_4 I_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 I_a - R_1 I_c + R_2 I_a - R_2 I_b + R_5 I_a = E_1 \\ R_2 I_b - R_2 I_a + R_3 I_b + R_3 I_c + R_6 I_b = -E_2 \\ R_1 I_c - R_1 I_a + R_3 I_c - R_3 I_b + R_4 I_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5) I_a - R_2 I_b - R_1 I_c = E_1 \\ -R_2 I_a + (R_2 + R_3 + R_6) I_b - R_3 I_c = -E_2 \\ R_1 I_a - R_3 I_b + (R_1 + R_3 + R_4) I_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array} \begin{cases} 11,6 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b - 2,2 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -4,7 \cdot 10^3 I_a + 11,6 \cdot 10^3 I_b - 4,7 \cdot 10^3 I_c = -8 \\ -2,2 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b + 9,1 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{III} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 11,6 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b - 2,2 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -2,2 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b + 9,1 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{array} \right.$$

$$13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 I_c = 5$$

$$\begin{array}{l} \text{II} \cdot 4,7 \\ \text{III} \cdot 11,6 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -22,09 \cdot 10^3 I_a + 54,52 \cdot 10^3 I_b - 22,09 \cdot 10^3 I_c = -37,6 \\ -25,52 \cdot 10^3 I_a - 54,52 \cdot 10^3 I_b + 105,56 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{array} \right.$$

$$-47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = -37,6$$

Si mettono a sistema queste due equazioni e si calcolano le correnti  $I_a$  e  $I_c$ :

$$\begin{cases} 13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = -37,6 \end{cases} \Rightarrow 3,45 \cdot \begin{cases} 47,61 \cdot 10^3 I_a - 38,98 \cdot 10^3 I_c = 17,25 \\ -47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = -37,6 \end{cases}$$

$$44,49 \cdot 10^3 I_c = -20,35 \Rightarrow I_c = -\frac{20,35}{44,49 \cdot 10^3} = -0,457 \text{mA}$$

Si sostituisce nella prima il valore di  $I_c$  calcolato e si risolve rispetto a  $I_a$ :

$$13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 \cdot (-0,457 \cdot 10^{-3}) = 5 \Rightarrow I_a = \frac{5 - 5,164}{13,8 \cdot 10^3} = -0,012 \text{mA}$$

Dalla III si calcola  $I_b$ :

$$I_b = \frac{-2,2 \cdot 10^3 I_a + 9,1 \cdot 10^3 I_c}{4,7 \cdot 10^3} = \frac{-2,2 \cdot (-0,012 \cdot 10^{-3}) + 9,1 \cdot (-0,457 \cdot 10^{-3})}{4,7} = -0,88 \text{mA}$$

Si calcolano le correnti.

$$I_1 = I_a - I_c = -0,012 \cdot 10^{-3} - (-0,457 \cdot 10^{-3}) = 0,445 \text{mA}$$

$$I_2 = I_a - I_b = -0,012 \cdot 10^{-3} - (-0,88 \cdot 10^{-3}) = 0,868 \text{mA}$$

$$I_3 = I_c - I_b = -0,457 \cdot 10^{-3} - (-0,88 \cdot 10^{-3}) = 0,423 \text{mA}$$

$$I_4 = -I_c = 0,457 \text{mA}$$

$$I_5 = -I_a = 0,012 \text{mA}$$

$$I_6 = -I_b = 0,88 \text{mA}$$

Applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza si determinano le cadute di tensione.

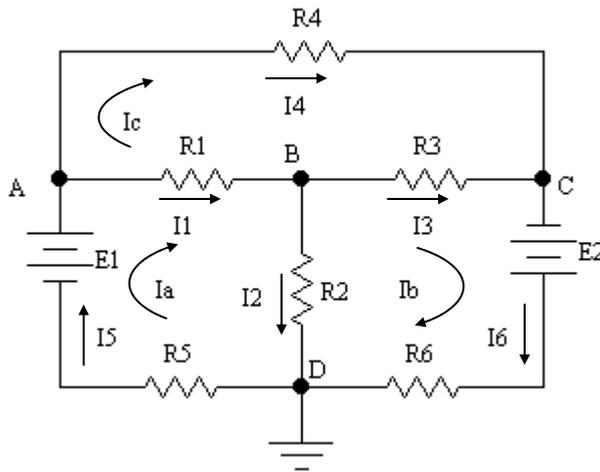
$$V_1 = R_1 I_1 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,445 \cdot 10^{-3} = 0,979 \text{V} \quad ; \quad V_2 = R_2 I_2 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,868 \cdot 10^{-3} = 4,08 \text{V}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,423 \cdot 10^{-3} = 1,988V \quad ; \quad V_4 = R_4 I_4 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,457 \cdot 10^{-3} = 1,005V$$

$$V_5 = R_5 I_5 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,012 \cdot 10^{-3} = 0,056V \quad ; \quad V_6 = R_6 I_6 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,88 \cdot 10^{-3} = 1,936V$$

### Circuito con generatori con polarità discordi

#### Risoluzione con il metodo delle correnti cicliche di maglia



$$E_1 = 5V \quad ; \quad E_2 = 8V$$

$$R_1 = R_4 = R_6 = 2,2k\Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_5 = 4,7k\Omega$$

Si attribuiscono arbitrariamente i versi delle correnti, come in figura, e si attribuisce a ciascuna maglia adiacente una corrente ciclica fittizia in senso orario:  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ .

Si esplicitano le correnti che producono cadute di tensione (che attraversano le resistenze) come somma algebrica delle correnti cicliche  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ .

$$I_1 = I_a - I_c \quad ; \quad I_2 = I_a - I_b \quad ; \quad I_3 = I_b - I_c \quad ; \quad I_4 = I_c \quad ; \quad I_5 = I_a \quad ; \quad I_6 = I_b$$

Si scrivono le equazioni alle maglie in funzione di  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ . Si risolve il sistema di equazioni ottenuto e si calcolano le correnti fittizie  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;

$$\begin{cases} \text{maglia a} & E_1 = R_1(I_a - I_c) + R_2(I_a - I_b) + R_5 I_a \\ \text{maglia b} & E_2 = R_2(I_b - I_a) + R_3(I_b - I_c) + R_6 I_b \\ \text{maglia c} & 0 = R_1(I_c - I_a) + R_3(I_c - I_b) + R_4 I_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 I_a - R_1 I_c + R_2 I_a - R_2 I_b + R_5 I_a = E_1 \\ R_2 I_b - R_2 I_a + R_3 I_b + R_3 I_c + R_6 I_b = E_2 \\ R_1 I_c - R_1 I_a + R_3 I_c - R_3 I_b + R_4 I_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5) I_a - R_2 I_b - R_1 I_c = E_1 \\ -R_2 I_a + (R_2 + R_3 + R_6) I_b - R_3 I_c = E_2 \\ R_1 I_a - R_3 I_b + (R_1 + R_3 + R_4) I_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array} \begin{cases} 11,6 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b - 2,2 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -4,7 \cdot 10^3 I_a + 11,6 \cdot 10^3 I_b - 4,7 \cdot 10^3 I_c = 8 \\ -2,2 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b + 9,1 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{III} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 11,6 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b - 2,2 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -2,2 \cdot 10^3 I_a - 4,7 \cdot 10^3 I_b + 9,1 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{array} \right.$$

$$13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 I_c = 5$$

$$\begin{array}{l} \text{II} \cdot 4,7 \\ \text{III} \cdot 11,6 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -22,09 \cdot 10^3 I_a + 54,52 \cdot 10^3 I_b - 22,09 \cdot 10^3 I_c = 37,6 \\ -25,52 \cdot 10^3 I_a - 54,52 \cdot 10^3 I_b + 105,56 \cdot 10^3 I_c = 0 \end{array} \right.$$

$$-47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = 37,6$$

Si mettono a sistema queste due equazioni e si calcolano le correnti  $I_a$  e  $I_c$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} 13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 I_c = 5 \\ -47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = 37,6 \end{array} \right. \Rightarrow 3,45 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 47,61 \cdot 10^3 I_a - 38,98 \cdot 10^3 I_c = 17,25 \\ -47,61 \cdot 10^3 I_a + 83,47 \cdot 10^3 I_c = 37,6 \end{array} \right.$$

$$44,49 \cdot 10^3 I_c = 54,85 \Rightarrow I_c = \frac{54,85}{44,49 \cdot 10^3} = 1,234 \text{mA}$$

Si sostituisce nella prima il valore di  $I_c$  calcolato e si risolve rispetto a  $I_a$ :

$$13,8 \cdot 10^3 I_a - 11,3 \cdot 10^3 \cdot 1,234 \cdot 10^{-3} = 5 \Rightarrow I_a = \frac{5 + 13,944}{13,8 \cdot 10^3} = 1,372 \text{mA}$$

Dalla III si calcola  $I_b$ :

$$I_b = \frac{-2,2 \cdot 10^3 I_a + 9,1 \cdot 10^3 I_c}{4,7 \cdot 10^3} = \frac{-2,2 \cdot 1,372 \cdot 10^{-3} + 9,1 \cdot 1,234 \cdot 10^{-3}}{4,7} = 1,747 \text{mA}$$

Si calcolano le correnti.

$$I_1 = I_a - I_c = 1,372 \cdot 10^{-3} - 1,234 \cdot 10^{-3} = 0,138 \text{mA}$$

$$I_2 = I_a - I_b = 1,372 \cdot 10^{-3} - 1,747 \cdot 10^{-3} = -0,375 \text{mA}$$

$$I_3 = I_b - I_c = 1,747 \cdot 10^{-3} - 1,234 \cdot 10^{-3} = 0,513 \text{mA}$$

$$I_4 = I_c = 1,234 \text{mA}$$

$$I_5 = I_a = 1,372 \text{mA}$$

$$I_6 = I_b = 1,747 \text{mA}$$

Applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza si determinano le cadute di tensione.

$$V_1 = R_1 I_1 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,138 \cdot 10^{-3} = 0,304 \text{V} \quad ; \quad V_2 = R_2 I_2 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,375 \cdot 10^{-3} = 1,7625 \text{V}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 0,513 \cdot 10^{-3} = 2,41V \quad ; \quad V_4 = R_4 I_4 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 1,234 \cdot 10^{-3} = 2,715V$$

$$V_5 = R_5 I_5 = 4,7 \cdot 10^3 \cdot 1,372 \cdot 10^{-3} = 6,448V \quad ; \quad V_6 = R_6 I_6 = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 1,747 \cdot 10^{-3} = 3,84V$$

### Formule utilizzate nell'elaborazione dei valori misurati e loro commento

Legge di Ohm applicata ai capi di ogni resistenza per calcolare le differenze di potenziale.

### Procedimento per la verifica

1. Si regolano gli alimentatori variabili uno a 5V e l'altro a 8V, utilizzando il multimetro, molto più preciso del display dell'alimentatore ad una sola cifra decimale;
2. Si monta il circuito sulla basetta di bread-board e si collegano gli alimentatori;
3. Si misurano le differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza, inserendo il puntale rosso nel punto da cui la corrente entra e il nero in quello da cui esce; se la tensione misurata è positiva, il verso della corrente è quello previsto; se risulta negativa il verso della corrente è opposto a quello previsto;
4. Si calcolano, utilizzando i valori di tensione misurati,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  e  $I_6$ , applicando la legge di Ohm ai capi di ogni resistenza;
5. Si tabulano i risultati sperimentali e quelli teorici per una migliore e più immediata interpretazione dei dati.

### Tabulazione dei dati

Circuito con generatori con polarità concordi														
	Volt								mA					
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	I <sub>6</sub>
Valori calcolati	0,979	4,08	1,988	1,005	0,056	1,936	5	8	0,445	0,868	0,423	0,457	0,012	0,88
Valori sperimentali	0,983	4,06	2,002	1,019	0,039	1,949	5	8	0,447	0,864	0,426	0,463	0,008	0,886

Circuito con generatori con polarità discordi														
	Volt								mA					
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	I <sub>6</sub>
Valori calcolati	0,304	1,7625	2,41	2,715	6,448	3,84	5	8	0,138	0,375	0,513	1,234	1,372	1,747
Valori sperimentali	0,326	1,725	2,426	2,752	6,403	3,856	5	8	0,148	0,367	0,516	1,251	1,362	1,753

### Valutazione dei dati

I valori misurati risultano in ottimo accordo con quelli calcolati.